

Studentský fakultní grant na MFF UK

Výpočet geometricky korigované empirické K-funkce pro bodové procesy na stěnách 3D mozaiky

Jedná se o projekt na rozmezí matematiky a informatiky. Úkolem je připravit výpočetní program pro výpočet geometricky korigované empirické K-funkce (GKEK) a příslušné párové korelační funkce (pcf), a realizovat výpočty na simulovaných datech Poissonova a shlukového bodového procesu na stěnách dané Laguerrovy mozaiky v trojrozměrném Eukleidovském prostoru. Volí se vzdálenost d_A nejkratší cesty po stěnách mozaiky.

Úloha byla vyřešena zatím pouze v nižší dimenzi, pro bodové procesy na lineární síti v rovině, viz Ang a kol. (2012). V diplomové práci Zahrádková (2023) jsou zformulovány potřebné základy pro náš případ, na rovinné síti reprezentované stěnami Laguerrovy mozaiky jsou zavedeny bodové procesy a některé jejich charakteristiky, simulují se realizace bodových procesů na rovinné síti a počítá vzdálenost nejkratší cesty pomocí algoritmu z článku Kanai, Suzuki (2000), který iterativně využívá Dijkstrova algoritmu pro vzdálenost nejkratší cesty na grafu.

Funkce GKEK je dána vzorcem

$$\hat{K}_A(r) = \frac{|A|}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \frac{1\{d_A(x_i, x_j) \leq r\}}{s(x_j, d_A(x_i, x_j))},$$

kde n je celkový počet bodů x_i , $i = 1, \dots, n$ realizace procesu, $|A|$ je celková plocha rovinné sítě A , $r > 0$ je proměnná. Otevřeným problémem je odhad korekčního faktoru $s(u, \rho) = H^1(c_A(u, \rho))$, kde H^1 je délková míra a $c_A(u, \rho) = \{y \in A; d_A(u, y) = \rho\}$, $\rho > 0$, $x \in A$. Při použití výše zmíněného iterativního algoritmu bude možné získávat body lineárního objektu $c_A(u, \rho)$ a odhadnout délku křivky proložené těmito body na každé stěně, sečtením přes stěny se pak dostane odhad $s(u, \rho)$. Jde o implementaci, případně vylepšení tohoto postupu a posouzení výpočetní náročnosti vzhledem k počtu bodů n .

Řešení bude doplněním teoretických výsledků zadavatele, který bude sloužit jako konzultant. Cílem bude podání společné publikace v odborném časopisu. Student vyřeší tuto úlohu během půl roku, s ukončením do konce kalendářního roku 2023.

Literatura:

Q. W. Ang, A. Baddeley, and G. Nair. Geometrically corrected second order analysis of events on a linear network, with applications to ecology and criminology. *Scandinavian Journal of Statistics*, 39(4):591–617, 2012.

T. Kanai and H. Suzuki. Approximate shortest path on a polyhedral surface based on selective refinement of the discrete graph and its applications. In *Proceedings Geometric Modeling and Processing 2000. Theory and Applications*, pages 241–250. IEEE, 2000.

P. Zahrádková: Point processes on networks. Diplomová práce, KPMS MFF UK, 2023.