# Náhradní příklady za 1. test

**Příklad 1.** *Euklidovým algoritmem najděte polynomy* $k, l \in \mathbb{Z}_2[x]$ *takové, že* $NSD(x^3 + x + 1, x^2 + x + 1) = k \cdot (x^3 + x + 1) + l(x^2 + x + 1)$. *(Nepřehlédněte, že polynomy jsou nad tělesem* $\mathbb{Z}_2$*!)*

**Příklad 2.** *Operace* $*$ *algebry* $\mathbb{A} = \{0, 1, 2, 3\}(*)$ *je dána následující tabulkou.*

| * | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 |

(a) *Najděte všechny podalgebry algebry* $\mathbb{A}$.

(b) *Najděte všechny kongruence algebry* $\mathbb{A}$.

**Příklad 3.** *Najděte podalgebru algebry* $\mathbb{R}(\cdot)$ *generovanou množinou* $\{-1, \frac{1}{3}, \pi\}$.

**Příklad 4.** *Zjistěte, zda platí následující.*

(a) $\mathbb{Z}_{10}(+_{\text{mod }10}) \cong \mathbb{Z}_2(+_{\text{mod }2})) \times \mathbb{Z}_5(+_{\text{mod }5})$.

(b) $\mathbb{Z}_4(+_{\text{mod }4}) \cong \mathbb{Z}_2(+_{\text{mod }2})) \times \mathbb{Z}_2(+_{\text{mod }2})$.

**Příklad 5.** *Najděte všechny homomorfismy* $\mathbb{Z}_6(f) \to \mathbb{Z}_3(g)$, *kde unární operace* $f, g$ *jsou dány předpisy*

$$f(x) = x +_{\text{mod }6} 1, \quad g(x) = x \cdot_{\text{mod }3} 2$$