Náhradní příklady za 1. test 06/07 zima

Náhradní příklad 1. Na množině $\{0, 1, 2, 3\}$ je dána operace sčítání a násobení následujícími tabulkami:

$+$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

$\cdot$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	3	1
3	0	3	1	2

Množina s danými operacemi tvoří těleso (nemusíte ověřovat). Všimněte si, že 0 je skutečně nulový prvek a 1 je skutečně jednotkový prvek daného tělesa.

Zvolta náhodně nehomogenní soustavu tří rovnic o pěti neznámých (nad tímto tělesem) a najděte všechna řešení této soustavy. Náhodně znamená náhodně, tj. například se určitě nestane, že by soustava byla již na začátku v odstupňovaném tvaru.

Náhradní příklad 2. Zvolte náhodně matici A typu 3×3 nad $\mathbb{Z}_{11}$, aby se v ní vyskytovala všechna čísla $2, 3, \ldots, 10$ (tj. každé právě jednou). Najděte inverzní matici k A. Pokud tato matice neexistuje, zvolte náhodně jinou a postup opakujte.

Náhradní příklad 3. Pro která $a, b \in \mathbb{Z}_5$ jsou vektory $(., ., b), (., a, .), (a, ., b) \in \mathbb{Z}_5^3$ lineárně nezávislé? Za tečky doplňte náhodné nenulové prvky $\mathbb{Z}_5$.

Náhradní příklad 4. Pro libovolné $a \in \mathbb{R}$ spočtěte A^n, kde n je přirozené číslo a A je následující reálná matice.

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

Náhradní příklad 5. Zvolte náhodně přirozená čísla k, l mezi 500 a 1000. Spočtěte $\sigma = \pi^k \rho^l$ a znaménko permutace σ třemi způsoby: pomocí nezávislých cyklů, pomocí počtu inverzí, rozkladem na transpozice.

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 4 & 8 & 10 & 6 & 9 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 9 & 1 & 10 & 3 & 8 & 5 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Náhradní příklad 6. Zvolte náhodně 5 vektorů v prostoru $\mathbb{Z}_3^3$. Z těchto vektorů lze vybrat bázi jejich lineárního obalu. Najděte všechny takové "vybrané" báze.