Domácí úkol č. 5 k přednášce NMAG 102: Lineární algebra a geometrie 2, letní semestr 2012–2013

Datum odevzdání 28.3.2013

(5.1)

(a) Dokažte, že pro každý operátor f na $\mathbb{R}^n$ splňující $f^2 = \mathrm{id}_{\mathbb{R}^n}$ platí $\mathbb{R}^n = M_1 \oplus M_{-1}$. Popište geometricky taková zobrazení v případě $n = 3$ (pomocí získaného výsledku).

(b) Dokažte, že pro každý operátor f na $\mathbb{R}^n$ splňující $f^2 = f$ platí $\mathbb{R}^n = M_0 \oplus M_1$. Popište geometricky taková zobrazení v případě $n = 3$.

Poznámka: V obou částech užíváme značení $M_a = \{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n : f(\mathbf{v}) = a\mathbf{v}\}$.

(5.2) Matice lineárního operátoru f na $\mathbb{R}^{11}$ vzhledem k bázi $B = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{11})$ je Jordanova buňka s nulovou diagonálou. Pro každé $i \in \{1, 2, \dots, 11\}$ najděte nějakou bázi prostoru $(\mathrm{Ker}\, f^i) \cap (\mathrm{Im}\, f^i)$.