

## Domácí úkol č. 8 k přednášce NALG 001: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2012–2013

Datum odevzdání 5.12.2012

(8.1) Uvažujme dvě báze  $B, C$  prostoru  $\mathbb{Z}_5^3$ .

$$B = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right), \quad C = \left( \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Najděte  $[\mathbf{v}]_B$  víte-li, že  $[\mathbf{v}]_C = (x_1, x_2, x_3)^T$ .

**Poznámka:** To, že  $B$  a  $C$  jsou báze ověřovat nemusíte.

(8.2) Nechť  $A$  je matice typu  $m \times n$  nad tělesem  $\mathbf{T}$ . Dokažte, že  $\text{rank}(A) = 1$  právě tehdy, když existují nenulové vektory  $\mathbf{u} \in T^m$  a  $\mathbf{v} \in T^n$  takové, že  $A = \mathbf{u}\mathbf{v}^T$ .

**Poznámka:** Výraz  $\mathbf{u}\mathbf{v}^T$  chápejte jako maticové násobení, tj. součin matice typu  $m \times 1$  a matice typu  $1 \times n$ .

(8.3) Najděte počet bází prostoru  $\mathbb{Z}_2^3$ .

**Poznámky:** Máte určit počet všech bází prostoru  $\mathbb{Z}_2^3$ , ne počet prvků nějaké báze (to by bylo velmi jednoduché). Dále, abychom předešli zbytečným nedopatřením, připomeňme, že báze je posloupnost, tedy záleží na pořadí vektorů.