Domácí úkol č. 3 k přednášce NALG 001: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2012–2013

Datum odevzdání 31.10.2012

(3.1) Dokažte, že pro libovolné $0 \neq r \in \mathbb{R}$ je množina reálných čísel s operacemi

$$a \oplus b = a + b + \frac{1}{r}, \qquad a \odot b = a + b + abr$$

těleso charakteristiky 0.

Poznámky: Na pravé straně definic operací používáme běžné operace s reálnými čísly. Pozor při ověřování axiomů, v tomto tělese není nulovým prvkem 0 a jednotkovým prvkem 1. Podobně s opačnými a inverzními prvky.

(3.2) Těleso **T**, kde $T = \{0, 1, \Box, \triangle\}$ je definováno tabulkami operací.

$+$	0	1	$\Box$	$\triangle$
0	0	1	$\Box$	$\triangle$
1	1	0	$\triangle$	$\Box$
$\Box$	$\Box$	$\triangle$	0	1
$\triangle$	$\triangle$	$\Box$	1	0

,

$\cdot$	0	1	$\Box$	$\triangle$
0	0	0	0	0
1	0	1	$\Box$	$\triangle$
$\Box$	0	$\Box$	$\triangle$	1
$\triangle$	0	$\triangle$	1	$\Box$

.

Vyřešte nad tímto tělesem následující soustavu rovnic a určete počet řešení.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \Box & 1 & 1 & \triangle & 1 & \Box \\ \triangle & \triangle & 1 & 0 & \triangle & 1 \\ \Box & 0 & \triangle & 1 & \triangle & \Box \end{array}\right)$$

Poznámka: Všimněte si, že v tomto tělese je 0 nulový prvek a 1 jednotkový prvek.