

Domácí úkol č. 12 k přednášce NALG 001: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2012–2013

Datum odevzdání 9.1.2013

(12.1) Na $\mathbb{C}^3$ máme skalární součin $\langle | \rangle$. Víme, že báze

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ i+3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} \right)$$

je ortonormální. Určete $\langle (x_1, x_2, x_3)^T | (y_1, y_2, y_3)^T \rangle$.

(12.2) Zobrazení $\langle | \rangle : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je dáno vzorcem

$$\langle \mathbf{u} | \mathbf{v} \rangle = \mathbf{u}^T A \mathbf{v}$$

kde A je reálná symetrická čtvercová matice $A = (a_{ij})$ řádu 2. Dokažte, že $\langle | \rangle$ je skalární součin na $\mathbb{R}^2$ právě tehdy, když platí

$$a_{11} > 0 \quad \text{a} \quad \det(A) > 0 \quad .$$