Domácí úkol č. 6 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2013–2014

Datum odevzdání 20.11.2013 16:00

(6.1) Najděte matici A nad $\mathbb{Z}_2$ s co nejmenším počtem řádků, aby

$$\operatorname{Ker} A = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

(6.2) Označme V množinu všech reálných matic typu 2×3 takových, že součet všech jejích prvků je 0. Množina V spolu s běžnými operacemi sčítání matic a násobení matice skalárem tvoří vektorový prostor $\mathbf{V}$. (Důkaz si rozmyslete, ale do řešení nepište.) Najděte nějakou pětiprvkovou množinu, která generuje $\mathbf{V}$.

Bonusový problém: Označme $\mathbf{V}$ vektorový prostor všech (nekonečných) posloupností reálných čísel. Posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ splňující $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 4a_n$ tvoří podprostor $\mathbf{W}$ prostoru $\mathbf{V}$ (rozmyslete). Explicitně popište nějakou dvouprvkovou množinu generátorů prostoru $\mathbf{W}$.