20. a 23.2.2006

Matematická analýza 1b – 1. série

1. Vyšetřete konvergenci následujících řad:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\sqrt{k}}$ (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p}$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-\ln k}$

(g) $\sum_{k=1}^{\infty} \sin^2 \frac{x}{k \ln k}$ (h) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k-1}}{k^\alpha}$ (j) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k}$

(k) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$ (l) $\sum_{k=1}^{\infty}(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$

(m) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k^5}{2^k+3^k}$ (n) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$

2. Vyšetřete konvergenci (absolutní, neabsolutní) následujících řad:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k k^p$ (b) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{\sqrt[k]{k}}{\ln k}$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{k \sin k}{1+k^2}$

(d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k}+(-1)^k}$ (e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\lfloor k \rfloor}}{k}$ (f) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[k]{k}}$

(g) $\sum_{k=1}^{\infty} \sin(\pi\sqrt{k^2+k})$ (h) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!k^{-p}}{q(q+1)\dots(q+k)}$ (i) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{2k+100}{3k+1}\right)^k$

(j) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{\sin^2 k}{3k+1}$ (k) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{[k+(-1)^k]^p}$ (l) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{[\sqrt{k}+(-1)^k]^p}$

3. Určete poloměr konvergence a vyšetřete konvergenci na konvergenční kružnici:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} kz^k$ (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} i^k z^k$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty} -\frac{1}{k} z^k$

(d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} z^k$ (e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k} z^k$ (f) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2i+1)^k z^k}{\sqrt{k}+k^2}$

(h) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k+\sqrt{k}}$ (i) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{k}\right)^{k^2} x^k$ (j) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{k^2}}{2^k}$

4. Vyšetřete konvergenci (absolutní, neabsolutní) následujících řad:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k}$ (b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^k}{x^k k^2}$ (c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{1+x^{2k}} \frac{1}{k}$

13. a 16.3.2006

Matematická analýza 1b – 2. série

1. Vyjádřete uvedené primitivní funkce na maximálních intervalech pomocí elementárních funkcí:

(a) $\int x^3 \sin x \, \mathrm{d}x$ (b) $\int x^n e^x \, \mathrm{d}x$ (c) $\int \ln x \, \mathrm{d}x$ (d) $\int x \ln x \, \mathrm{d}x$

(e) $\int e^x \sin x \, \mathrm{d}x$ (f) $\int xe^x \sin x \, \mathrm{d}x$ (g) $\int x^2 e^x \sin x \, \mathrm{d}x$ (h) $\int xe^x \cos x \, \mathrm{d}x$

2. Vyjádřete uvedené primitivní funkce na maximálních intervalech pomocí elementárních funkcí:

(a) $\int \ln^2 x \, \mathrm{d}x$ (b) $\int x^n \ln^m x \, \mathrm{d}x$ (c) $\int \sin^2 x \, \mathrm{d}x$ (d) $\int \sin^4 x \, \mathrm{d}x$

(e) $\int \sqrt[5]{3x+2}\ \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3)}\ \mathrm{d}x$ (g) $\int \frac{1}{x\ln x}\ \mathrm{d}x$ (h) $\int \frac{1}{x\ln x\ln\ln x}\ \mathrm{d}x$
(i) $\int \mathrm{tg}\, x\ \mathrm{d}x$ (j) $\int \sin^3 x\ \mathrm{d}x$ (k) $\int \mathrm{tg}^2\, x\ \mathrm{d}x$ (l) $\int \frac{1}{\sin x}\ \mathrm{d}x$
(m) $\int \frac{x^3}{(x-3)^{50}}\ \mathrm{d}x$ (n) $\int e^{\sqrt{x}}\ \mathrm{d}x$ (o) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+5}}\ \mathrm{d}x$ (p) $\int \frac{x}{1+x^4}\ \mathrm{d}x$

3. Vyjádřete uvedené primitivní funkce na maximálních intervalech pomocí elementárních funkcí:
(u) $\int |\cos x|\ \mathrm{d}x$ (v) $\int \sqrt{x^6}\ \mathrm{d}x$ (w) $\int |x|\ \mathrm{d}x$ (x) $\int \sin|2x-1|\ \mathrm{d}x$

4. Dokažte pro $k \in \mathbb{N}$: $\int \frac{1}{(x^2+1)^{k+1}}\ \mathrm{d}x = \frac{1}{2k}\frac{x}{(x^2+1)^k} + \frac{2k-1}{2k}\int \frac{1}{(x^2+1)^k}\ \mathrm{d}x.$

5. Vypočtěte primitivní funkce na maximálních intervalech:
(a) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2x+3)^5}$ (b) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2x^2+5x+8)}$ (c) $\int \frac{2x-1}{(x^2-x+1)^3}\ \mathrm{d}x$
(d) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x^2+1)^2}$ (e) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x^2+1)^3}$ (f) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2x^2+x+1)^3}$

20. a 23.3.2006

Matematická analýza 1b – 3. série

1. Vypočtěte primitivní funkce rozložením na parciální zlomky:
(a) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(2x+3)(3x+2)(x+1)}$ (b) $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x^4+16)}$ (c) $\int \frac{5x^3+3x^2-x-1}{(x^2+2x+1)}\ \mathrm{d}x$
(d) $\int \frac{(5x^2+1)^2+1}{(3x+2)^2}\ \mathrm{d}x$ (e) $\int \frac{x^2+1}{x^2-1}\ \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}{x^3-3x^2+3x-1}\ \mathrm{d}x$

2. Převeďte na integrály z racionálních funkcí a urcete definicni obory primitivnich funkci:
(a) $\int \frac{x+\sqrt{3x-1}}{2x^2+1}\ \mathrm{d}x$ (b) $\int \frac{x^2-\sqrt[3]{2x+1}}{x-\sqrt{2x+1}}\ \mathrm{d}x$ (c) $\int \frac{\sqrt[3]{\frac{2x+2}{x-1}}+2x}{x^2-1}\ \mathrm{d}x$
(d) $\int \frac{\sqrt{(3x+1)(2x+1)}}{3x^2+2}\ \mathrm{d}x$ (e) $\int \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{2x-1}}\ \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-3x+2}-x-2}\ \mathrm{d}x$

3. Převeďte na integrály z racionálních funkcí a urcete definicni obory primitivnich funkci:
(a) $\int \frac{\sqrt{5x^2+3x+1}+2x}{3x+2}\ \mathrm{d}x$ (b) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}\ \mathrm{d}x$ (c) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+x+2}+x}\ \mathrm{d}x$
(d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}-x}\ \mathrm{d}x$ (e) $\int \frac{(3x+2)\sqrt{4x^2+1}}{x^2+x+1}\ \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{x^3\sqrt{x^4+x^2+4}+x}{3x^4+1}\ \mathrm{d}x$

4. Převeďte na integrály z racionálních funkcí a urcete definicni obory primitivnich funkci:
(a) $\int \frac{e^{3x}+e^{2x}-5e^x+1}{e^{4x}+1}\ \mathrm{d}x$ (b) $\int \frac{\ln x}{x(\ln^2 x+1)}\ \mathrm{d}x$ (c) $\int \frac{e^{2x+1}}{e^x+e^{-x}}\ \mathrm{d}x$

5. Převeďte na integrály z racionálních funkcí a urcete definicni obory primitivnich funkci:
(a) $\int \frac{1}{\sin x+\sin^3 x}\ \mathrm{d}x$ (b) $\int \frac{\sin x}{\sin^4 x+\cos^2 x}\ \mathrm{d}x$ (c) $\int \frac{\sin^2 x+1}{\sin^2 x\cos x+\cos x}\ \mathrm{d}x$
(d) $\int \frac{\sin x\cos x+2}{\sin^2 x+\sin x\cos x}\ \mathrm{d}x$ (e) $\int \frac{1}{5+\cos x+\sin x\cos x}\ \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{1+2\cos x}{3+2\sin x}\ \mathrm{d}x$

6. Vyjadrete primitivni funkce na maximalnich intervalech:

(a) $\int \frac{1}{\sin x + \mathrm{tg}\, x}\, \mathrm{d}x$ (b) $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}\, \mathrm{d}x$ (c) $\int \frac{\mathrm{tg}^2 x + 1}{\sin^2 x + \sin x \cos x}\, \mathrm{d}x$

(d) $\int \frac{\sin x \cos x}{\sin^2 x + \cos x + 2}\, \mathrm{d}x$ (e) $\int \frac{1}{5 + \cos x}\, \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{1 + \sin^2 x}{3 \cos x + 2 \cos^3 x}\, \mathrm{d}x$

27. a 30.3.2006

Matematická analýza 1b – 4. série

1. Vypočtěte primitivní funkce:

(a) $\int \sin(\pi x) \lfloor x \rfloor\, \mathrm{d}x$ (b) $\int x \sin x \cos x\, \mathrm{d}x$ (c) $\int \frac{1}{1 + |\cos x|}\, \mathrm{d}x$

(d) $\int (x^2 + x) \,\mathrm{arctg}\, x\, \mathrm{d}x$ (e) $\int \frac{\ln(1+x+x^2)}{(1+x)^2}\, \mathrm{d}x$ (f) $\int \frac{x^2 + |x+1|}{x^2 - 1}\, \mathrm{d}x$

(g) $\int \frac{1}{x^5 + 1}\, \mathrm{d}x$ (h) $\int \frac{\mathrm{cotg}(x-1)}{\sin x - \mathrm{tg}(2x)}\, \mathrm{d}x$ (i) $\int \frac{\sin(2x+1)}{2 + \cos(2x-1)} \sin x\, \mathrm{d}x$

(j) $\int x \frac{1 + \sin(x^2+1)}{2 + \sin(2x^2+1)}\, \mathrm{d}x$ (k) $\int \frac{\sqrt{\sin^2 x + \sin x + 1}}{\cos x}\, \mathrm{d}x$ (l) $\int \frac{\sin 2x + |\cos(x+1)|}{2 + \sin x}\, \mathrm{d}x$

(m) $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}\, \mathrm{d}x$ (n) $\int \frac{1}{1-x^2} \ln \frac{1+x}{1-x}\, \mathrm{d}x$ (o) $\int \frac{2^x 3^x}{9^x - 4^x}\, \mathrm{d}x$

(p) $\int \cos^5 x \sqrt[3]{\sin x}\, \mathrm{d}x$ (q) $\int \sqrt{a^2 - x^2}\, \mathrm{d}x$ (r) $\int x^2 \ln \frac{x^2+1}{x-1}\, \mathrm{d}x$

(s) $\int \frac{x}{\cos^2 x}\, \mathrm{d}x$ (t) $\int \frac{\sin x}{\cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}}\, \mathrm{d}x$ (u) $\int \frac{1}{x \sqrt{x^{2n} + x^n + 1}}\, \mathrm{d}x$

(v) $\int \max(\sin x, \cos x)\, \mathrm{d}x$ (w) $\int x \sqrt{x^2+1} \ln \sqrt{x^2 - 1}\, \mathrm{d}x$

(x) $\int (x^2 + 1) \,\mathrm{arctg}(\frac{1+x}{1-x})\, \mathrm{d}x$

3. a 6.4.2006

Matematická analýza 1b – 5. série

1. Vypočtěte určité integrály metodou per-partes:

(a) $\int_0^{5\pi} x^3 \sin x\, \mathrm{d}x$ (b) $\int_{-\infty}^0 x e^x\, \mathrm{d}x$ (c) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}\, \mathrm{d}x$

2. Vypočtěte určité integrály:

(a) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x \ln x}\, \mathrm{d}x$ (b) $\int_0^{\pi} \sin^3 x\, \mathrm{d}x$ (c) $\int_1^5 \frac{x}{\sqrt{2x^2 - 1}}\, \mathrm{d}x$

(d) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{(x-1)^2 (x^2-1)}\, \mathrm{d}x$ (e) $\int_{-10}^{+\infty} \frac{3x+5)}{x^2+x+1}\, \mathrm{d}x$ (f) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{x^4+1}\, \mathrm{d}x$

(g) $\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{arctg}\, x}{x^p}\, \mathrm{d}x$ (h) $\int_{-1}^{+\infty} \frac{1 + \sqrt{x+1}}{x^2 + \sqrt{x+1}}\, \mathrm{d}x$ (i) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{4x^2 + x + 1}}\, \mathrm{d}x$

(j) $\int_0^{6\pi} x \frac{\sin(x^2)}{2 + \sin(x^2)}\, \mathrm{d}x$ (k) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x + \sin 2x + 1}{1 + \cos x}\, \mathrm{d}x$ (l) $\int_{-2}^{2} \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1} - x}\, \mathrm{d}x$

(m) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 2} + x}{x^2 + 2}\, \mathrm{d}x$ (n) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 3x + 2}\, \mathrm{d}x$

3. Vypočtěte určité integrály:

(l) $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \arcsin(\mathrm{arctg}\, x)\, \mathrm{d}x$, (n) $\int_0^1 (x+1) \log \frac{x + \sqrt{x+1}}{x+2}\, \mathrm{d}x$,

(o) $\int_1^e \frac{1}{x} \mathrm{tg}^2 \sqrt{\log x^2 + 1}\, \mathrm{d}x$, (p) $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2}\, \mathrm{d}x$, $a > 0$,

(q) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x\, \mathrm{d}x$ (subst. $x = 2t$)

4. Vypočtěte plochy ohraničené následujícími křivkami:
(a) $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$, $x \in [0,1]$
(b) $f(x) = x^n$, $g(x) = \sqrt[n]{x}$, $x \in [0,1]$
(c) $f(x) = \sin x$, $g(x) = -\sin x$, $x \in [0,\pi]$
(d) $f(x) = x^2$, $g(x) = 1/x$, $h(x) = 0$, $x \in [0,+\infty)$
(e) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $g(x) = -\sqrt{1-x^2}$, $x \in [-1,1]$

17. a 20.4.2006

Matematická analýza 1b – 6. série

1. Vyšetřete konvergenci (absolutní konvergenci) následujících integrálů:
(a) $\int_0^1 x^p \,\mathrm{d}x$, $p \in \mathbb{R}$,
(b) $\int_1^\infty x^p \,\mathrm{d}x$, $p \in \mathbb{R}$
(c) $\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x^2} \,\mathrm{d}x$,
(d) $\int_0^\infty \frac{\ln x}{1+x^2} \,\mathrm{d}x$,
(e) $\int_0^\infty \frac{x-\sin x}{x^p} \,\mathrm{d}x$,
(f) $\int_7^\infty \frac{\ln(1+x)}{x\sqrt{x}} \,\mathrm{d}x$
(g) $\int_0^{\pi/2} \sin^p x \cos^q x \,\mathrm{d}x$, p, $q \in \mathbb{R}$,
(h) $\int_0^\infty \frac{1}{x^p+x^q} \,\mathrm{d}x$, p, $q \in \mathbb{R}$,
(i) $\int_0^{\pi/2} \ln(\cos x) \operatorname{tg}^p x \,\mathrm{d}x$,
(j) $\int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{\sqrt{x}} \,\mathrm{d}x$
(k) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^a \sin^2 x} \,\mathrm{d}x$, $a \in \mathbb{R}$,
(l) $\int_2^\infty \frac{1}{x^p \ln^q x} \,\mathrm{d}x$, p, $q \in \mathbb{R}$,

2. Vyšetřete konvergenci (absolutní konvergenci) následujících integrálů:
(a) $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} \,\mathrm{d}x$
(b) $\int_0^\infty \sin x^2 \,\mathrm{d}x$
(c) $\int_0^\infty \frac{\sin\sqrt{x}}{x^a} \,\mathrm{d}x$, $a \in \mathbb{R}$
(d) $\int_0^\infty x^a \sin x^b \,\mathrm{d}x$, $a, b \in \mathbb{R}$
(e) $\int_0^\infty x^a \sin(\cos x) \,\mathrm{d}x$
(f) $\int_0^\infty x^a \sin(\ln x) \,\mathrm{d}x$
(g) $\int_0^\infty \frac{\sin x \sin 2x}{x^a} \,\mathrm{d}x$
(h) $\int_0^\infty x^a \ln(1+x) \cos x \,\mathrm{d}x$
(i) $\int_0^\infty \sin(\operatorname{arccotg} x) \sin x \,\mathrm{d}x$
(j) $\int_2^\infty \frac{\sin x}{x+2\sin x} \,\mathrm{d}x$
(k) $\int_0^\infty \frac{\sin(x+\frac{1}{x})^a}{x} \,\mathrm{d}x$, $a \in \mathbb{R}$
(l) $\int_1^\infty \sin(x+\ln x) x^p \,\mathrm{d}x$, $p \in \mathbb{R}$,
(m) $\int_0^\infty \frac{\sin\frac{1}{x} \operatorname{arctg} x}{x} \,\mathrm{d}x$
(n) $\int_0^\infty (\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}) x^{-a} \,\mathrm{d}x$, $a \in \mathbb{R}$,

3. Vyšetřete konvergenci následujících integrálů:
(a) $\int_0^1 x^{\log x} \,\mathrm{d}x$
(b) $\int_0^\infty x \sin x^3 \,\mathrm{d}x$
(c) $\int_0^\infty \frac{\sin x^2}{\sqrt{1+x^3}} \,\mathrm{d}x$
(d) $\int_0^1 \frac{|\log x|^p}{\sqrt{1-x}} \,\mathrm{d}x$
(e) $\int_0^\infty \frac{\sin x^p}{x} \,\mathrm{d}x$
(f) $\int_0^1 \frac{\arccos x}{\log^q(1/x)} \,\mathrm{d}x$
(g) $\int_0^\infty 2x \cos(x^4) \,\mathrm{d}x$
(h) $\int_\alpha^\beta \frac{\arcsin^2(\sin x)}{\sin x} \,\mathrm{d}x$
(i) $\int_1^\infty x^p \sin(x^3+x) \,\mathrm{d}x$
(j) $\int_1^\infty x^p \cos(e^x) \,\mathrm{d}x$
(k) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x+\sin x} \,\mathrm{d}x$
(l) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x^p+2\sin x} \,\mathrm{d}x$, $p > 0$

(m) $\int_0^{\pi/2} x^\alpha(\frac{\pi}{2}-x)^\beta \operatorname{tg}^\gamma x \, \mathrm{d}x$ (n) $\int_0^\infty (\operatorname{arctg} x - \pi/2)^\alpha x^\beta \, \mathrm{d}x$

4.5. a 8.5.2006

Matematická analýza 1b – 7. série

1. Najděte řešení diferenciálních rovnic splňující dané podmínky:
(a) $y' = x^2+x+1$, $y(0)=2$ (b) $e^x y' = x$, $y(1)=2$
(c) $y'' = \frac{1}{x}$, $y(1)=0$, $y(3)=2$ (d) $y'=y$, $y(0)=a$

2. Najděte všechna řešení diferenciálních rovnic:
(a) $x^2y' = y \operatorname{arctg} x$ (b) $y' = e^x y$ (c) $xyy' = y^2+1$
(d) $y' = \operatorname{tg} y$ (e) $y = \operatorname{tg}(1/y')$ (f) $\sqrt{y'} = xy^2$
(g) $y' = 1+y^2$ (h) $y' = \sqrt[3]{(y-1)^2}$ (i) $y' = x(1+y^2)$

3. Najděte všechna řešení diferenciálních rovnic:
(a) $2y'+y=x^3$ (b) $y'+2y=e^x$ (c) $y'+y=\frac{1}{1+e^{2x}}$
(d) $-3y'+2y=\sin 2x$ (e) $y'+2xy=x+3x^3$ (f) $y'+x^3\sin x\cdot y = x+2$
(g) $y'+\ln x\cdot y = 2x$ (h) $y'-3x^2y=\sin x$ (i) $y'+\frac{y}{x}=x^2$

4. Najděte všechna řešení diferenciálních rovnic:
(a) $(y')^3-2x(y')^2+y'=2x$ (b) $(y')^2-1=0$
(c) $(y')^2+yy'+y^2-1=0$

5. Najděte všechna řešení diferenciálních rovnic:
(a) $xy' = \sqrt{x^2-y^2}+y$ (b) $y' = \frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ (c) $y' = \frac{2xy}{3x^2-y^2}$
(d) $(x+y-2)\,\mathrm{d}y = (y-x-4)\,\mathrm{d}x$ (f) $y' = \frac{1}{x+2y}$
(e) $(x+y+1)\,\mathrm{d}y = (2x+2y-1)\,\mathrm{d}x$

10.4.2006

Matematická analýza 1b – 1. písemka

1. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{k=1}^\infty \frac{z^{4k+1}}{2k+3}.$$

2. úloha (10 bodů) Vypočtěte primitivní funkci na maximálních intervalech

$$\int \frac{x\ln x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x.$$

3. úloha (10 bodů) Vypočtěte integrál

$$\int_0^\pi \ln(2+\sin x)\cdot \sin x \,\mathrm{d}x.$$

13.4.2006

Matematická analýza 1b – 1. písemka

1. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\frac{k+1}{k^2+1}}\, 3^k z^k.$$

2. úloha (10 bodů) Vypočtěte primitivní funkci na maximálních intervalech

$$\int \operatorname{arctg}(x^2-1)\,\mathrm{d}x.$$

3. úloha (10 bodů) Vypočtěte integrál

$$\int_{-\infty}^0 \frac{\sqrt{e^x+1}}{1+\sqrt{e^x-2+e^{-x}}}\,\mathrm{d}x.$$

22.5.2006

Matematická analýza 1b – 2. písemka

1. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln x + x + \sin x}{x^p\sqrt{x}+1}\,\mathrm{d}x$$

v závislosti na parametru $p \in \mathbb{R}$.

2. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci integrálu

$$\int_{\pi/2}^{+\infty} \frac{\sin x \cos x}{x-\frac{\pi}{2}}\,\mathrm{d}x.$$

3. úloha (10 bodů) Najděte všechna řešení diferenciální rovnice

$$x^2y' = y^2 + 3xy - 3x^2.$$

(2 body) Pro které počáteční podmínky $y(a) = b$ je maximální řešení jednoznačně určeno?

18.5.2006

Matematická analýza 1b – 2. písemka

1. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci integrálu

$$\int_0^1 \frac{\sin x \ln x}{x^k - 1}\, \mathrm{d}x$$

v závislosti na parametru $k \in \mathbb{N}$.

2. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci integrálu

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(\ln x)}{x^p(x+1)}\, \mathrm{d}x$$

v závislosti na parametru $p \in \mathbb{R}$.

3. úloha (10 bodů) Najděte všechna řešení diferenciální rovnice

$$y' + y \operatorname{tg} x = \sin x + 1.$$

(2 body) Najděte všechna řešení rovnice

$$y' \cos x + y \sin x = \cos x(\sin x + 1).$$

26.5.2006

Matematická analýza 1b – Opravná písemka

1. úloha (10 bodů) Vypočtěte primitivní funkci na maximálních intervalech

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2} + x}\, \mathrm{d}x.$$

2. úloha (10 bodů) Vypočtěte určitý integrál

$$\int_{-\infty}^{\ln \pi} \frac{e^x}{4 + \sin e^x} \, \mathrm{d}x.$$

3. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci integrálu

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos x}{x^p} \, \mathrm{d}x.$$

4. úloha (10 bodů) Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci integrálu

$$\int_1^{+\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x^2 - 1}} \, \mathrm{d}x.$$

5. úloha (10 bodů) Najděte všechna řešení diferenciální rovnice

$$\begin{aligned} y' + 2xy &= \cos x e^{-x^2}, \\ y(0) &= -1. \end{aligned}$$

6. úloha (10 bodů) Najděte všechna řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{y}{x} + \frac{3x}{y}.$$