

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2012/13, 8.1.2013, verze A

- 1.** (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\sqrt[3]{n! + 3^n} - \sqrt[3]{n! + 2^n} \right).$$

- 2.** (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(x \ln \sqrt{4 + x^2} - \ln(x^x + 1) \right).$$

- 3.** (10 bodů) Vyšetřete spojitost a derivaci funkce

$$g(x) = x \ln(x + 2) \operatorname{sgn}(x^2 - 1).$$

- 4.** (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \ln(x^2 + |2x + 1|) + x.$$

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2012/13, 22.1.2013, verze B

1. (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + \sin n)^7 - (n + \sqrt{n})^7}{n^2 \sqrt{n^7 + 7}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n}.$$

2. (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x^3}{1 + x^2} \right)^{\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - \cos^2 x}}.$$

3. (10 bodů) Najděte hodnoty $a, b \in \mathbb{R}$, aby funkce

$$g(x) = \begin{cases} \ln \left(\frac{x+1}{x+2} \right) & \text{pro } x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & \text{pro } x < 1 \end{cases}$$

byla spojitá a měla vlastní derivaci na celém $\mathbb{R}$. Pro tyto hodnoty a, b vypočtete derivaci funkce g .

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arcsin \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x \right).$$

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2012/13, 29.1.2013, verze C

1. (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\operatorname{arctg} n}{n} \right)^{(\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n+2}) \ln^2 n}$$

2. (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right) \right] \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{x+3} + 1}{5 - x - \sqrt{x}} \right)$$

($[z]$ značí celou část z)

3. (10 bodů) Vyšetřete spojitost a derivaci funkce

$$g(x) = \begin{cases} 4 \sin(x^2) & \text{pro } x \in (-2, 0) \\ \frac{x^2}{x+1} & \text{pro } x \in \mathbb{R} \setminus (-2, 0) \end{cases}$$

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = |x| \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2012/13, 5.2.2013, verze D

1. (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(\frac{(-1)^n}{n} + 1 \right) \sqrt[n]{2^n + 2^{n+1} + \dots + 2^{2n}}.$$

2. (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x+1}}.$$

3. (10 bodů) Vyšetřete spojitost a derivaci funkce (včetně jednostranných derivací)

$$g(x) = \arcsin \left((1 - x^2)^2 \right).$$

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \begin{cases} \exp \left(\frac{2x-1}{x^2} \right) & \text{pro } x \neq 0 \\ 0 & \text{pro } x = 0 \end{cases}.$$

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2012/13, 22.2.2013, verze E

1. (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(2^n + 3n) - \ln(2^n + 1)}{\sqrt{4^n + 3n} - \sqrt{4^n + 1}}.$$

2. (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\sin \sqrt{x}}{x^2} \left(\sqrt{x + 2x^2} - \sqrt{2\sqrt{1+x} - 2} \right).$$

3. (10 bodů) Vyšetřete spojitost a derivaci funkce

$$g(x) = [x] \ln(-2x^2 + 5x - 1),$$

$[x]$ značí celou část čísla x .

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{|x|}{x+1} \right).$$