

## Domácí úkol č. 3 - Analytické semigrupy a mez růstu

*termín odevzdání: čtvrtek 2.4.*

Buď  $(A, D(A))$  sektoriální operátor s úhlem  $\alpha$  a

$$T(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} e^{\mu z} R(\mu, A) dz, \quad z \in \Sigma_{\alpha}$$

(pro vhodnou křivku  $\gamma$ ) analytická semigrupa generovaná  $A$ .

1. Ukažte, že pro  $|\nu| < \alpha$  generuje operátor  $(e^{i\nu} A, D(A))$   $C_0$ -semigrupu  $T_{\nu}(t) = T(e^{i\nu} t)$ .
2. Ukažte, že  $T$  je omezená na každém podsektoru  $\Sigma_{\varphi}$ ,  $\varphi \in (0, \alpha)$ . (zvolte vhodnou křivku  $\gamma$ )
3. Ukažte, že existuje  $C > 0$  takové, že  $\|AT(t)\| = \|\frac{d}{dt}T(t)\| \leq Ct^{-1}$  pro všechna  $t \in (0, 1)$ .
4. Ukažte, že  $T$  je normově spojitá na  $(0, +\infty)$ . (použijte  $T(t)x - x = \int_0^t AT(s)x ds$ )
5. Ukažte, že platí  $\omega_0(T) = s(A)$ . (zvolte vhodnou křivku  $\gamma$ )