

Nový (?) přístup k úrovňovým množinám

Daniel Hlubinka, Matfyz Praha, Praha Zbraslav

NOVÝ (?) PŘÍSTUP K ÚROVNÝM MNOŽINÁM

Daniel Hlubinka, ~~Haffyz PRAHA~~, Praha Zbraslav

1. ÚROVNÝM MNOŽINÁM

Úrovní množiny (level-set):
nágra funkci $f: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$
 $\{x \mid f(x) = c\}$

Vlastnosti množin:
 $A = \{x \mid f(x) \geq 0\}$

Abyste měla všechny vlastnosti, musíte mít i f následků vlastnosti.
Takto bylo například, když ale počet silnic počítal.

2. NIVELE

Představujeme nivélky ne
funkce f sice má, ale když má
množinu $\{x \mid f(x) = c\}$, nazýváme klasickou množinou hodnoty
f, množinu $\{x \mid f(x) \geq c\}$.

3. KLASICKÉ

Představujeme množinu A , aby
množina A byla vlastností, když
množina A je vlastností.

3. KLASICKÉ

Představujeme množinu A , aby
množina A byla vlastností, když
množina A je vlastností.

5. MNOŽINA NEJMENŠÍHO OBJEMU

Úkol dledej: majejme na \mathbb{R}^d
pravidelnou (rozdělení) P o hustotou f a hledajme množinu A tak, aby
aby $\mathcal{L}^d(A) = \min \{\mathcal{L}^d(B); P(B) \geq \epsilon\}$

\mathcal{L}^d je Lebesgueova měra na \mathbb{R}^d

Eliminování problém:

Najděte M úrovní množinu, jež je
pravidelnou až klesající (pokud) až
 $P(M) \geq \epsilon$

a $\mathcal{L}^d = \sup \{d; P(d) \geq \epsilon\}$

Není těžké vidět, že

$\{x \mid f(x) \geq d\}$

je hledanou množinou nejménšího
objemu.

6. NIVELY A KLASICKÉ VLASTNOSTI

Jednáme se o "úrovní" množinu pro
danej $c > 0$

$\{x \mid f(x) = c\}$

což je klasická množina, když

$P(\{x \mid f(x) = c\}) = 0$ (množina vlastnosti má výšku)

tedy jedná se o množinu, když

jež mohou obsahovat všechny hodnoty

$f(x) = c$ (všechny vlastnosti mají výšku)

což je vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) > c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) < c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \leq c\}$

aleží vlastností, když

$\{x \mid f(x) = c\} = \{x \mid f(x) \geq c\}$

aleží vlastností, když

ZÁVĚR

DALŠÍ KROKY

ANALÝZA pH CHLORNANU DRASELNÉHO

A student in a red hoodie and glasses is sitting at a desk, writing in a notebook. The notebook contains handwritten notes and diagrams related to probability theory, including sections on 'MNOŽINA NEJMEŇSÍHO OBJEKTU' and 'KONIKETU PERMUTACI'. The background shows a backpack and a wall with scientific posters.

NOVEMBER
PRISITUP K UROVYH
HNOZI NAY



ZÁVER

DALŠÍ KROKY

NOVÝ (?) PRÍSTUP K UROVŇOVÝM

MNOŽINAM

5. MNOŽINA NEJHENISIHO

OBÈEKU.

Wôľa! body sú: menjava na TR

pravidelnosť (regrulu), P = huko,

čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

$P(A) \leq \Delta$

$\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

6. PRÍSTEK S KLASIKOU

domino do

pozor, že "domino" môže mať

pravdepodobnosť (regrulu), ale

čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

domino do

pozor, že "domino" môže mať

pravdepodobnosť (regrulu), ale

čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

domino do

pozor, že "domino" môže mať

pravdepodobnosť (regrulu), ale

čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

domino do

pozor, že "domino" môže mať

pravdepodobnosť (regrulu), ale

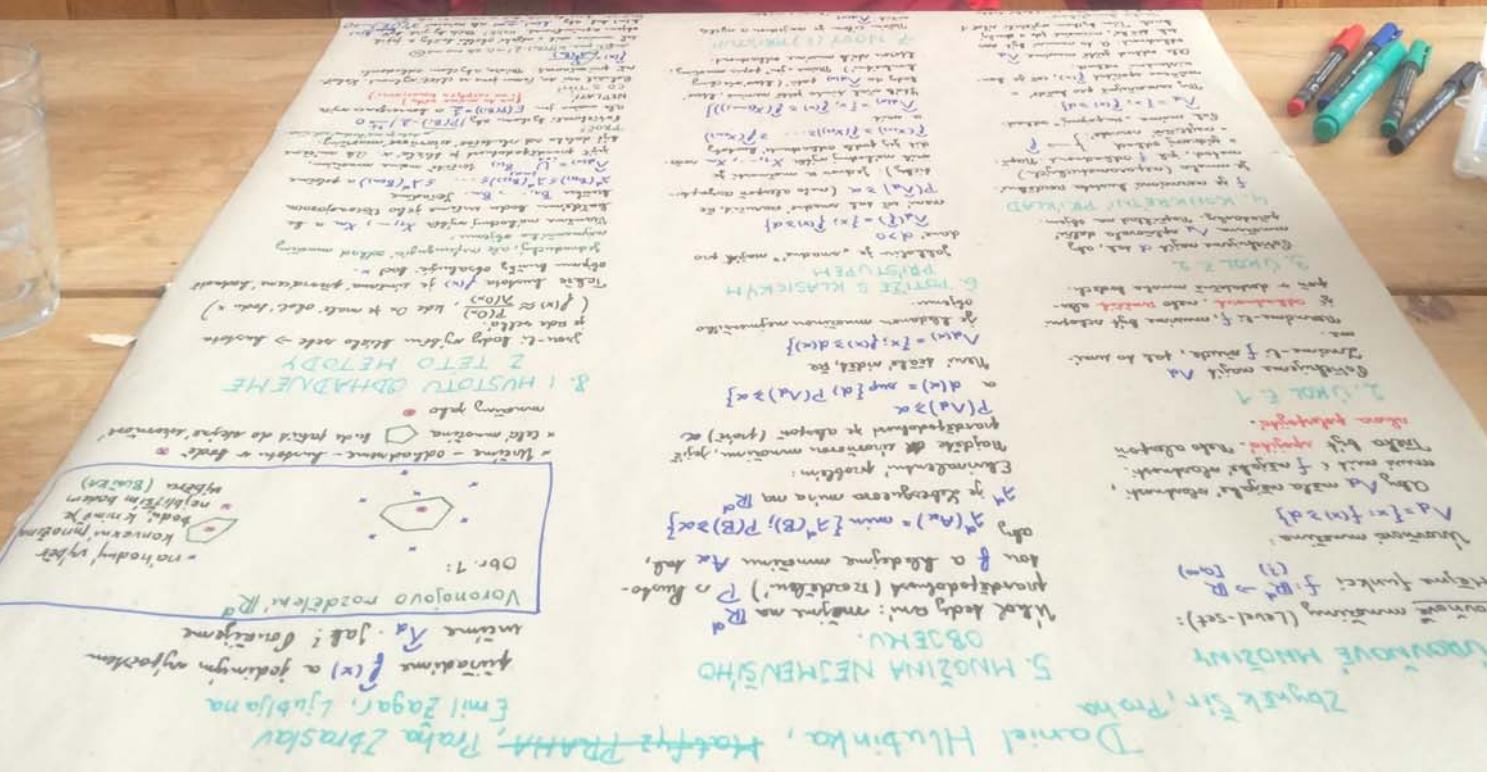
čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$

domino do

pozor, že "domino" môže mať

pravdepodobnosť (regrulu), ale

čiže $\Delta(A) = \min\{\Delta(B), P(A)\}$



NOVÝ (?) PŘÍSTUP K ÚROVNÝM MNOŽINÁM

Dominik Hlaváček

Matematika

Geometrie

...

1. Speciální množiny

Úvodní množiny (člení set)

nejprve funkce: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(III. Dny)

Vlastnosti množiny

$A_f = \{f(x) | x\}$

aby A_f měla nějaké vlastnosti,
musejí mít i f nějaké vlastnosti.

Takto byl vyprávěn, zde zdroj:

dominik hlaváček

2. VLASTNOSTI

Představujeme možné f

Zároveň k f máme, jde to mít

na

Množinou k f, množina bychom

je nazývali, mohlo mít různé

a dležitosti množin být různé

3. KOLEKCE

Představujeme možné cládka, aby

množina k byla sestavena

z jednotek, například na třetím

4. KONKRÉTNÍ

f je nazýváno

je množina

neboť:

• je dležitost

• množina

•

2. MNOŽINA NEJMENŠÍHO

VELIKOSTI

Velké body jsou množiny na \mathbb{R}^2

pravidelného (kružnice) P a kružnice

f a kružnice množina A je dležitost

$\#(A_f) = \min \{\#(P), \#(A)\}$

f je kružnice množina na \mathbb{R}^2

obrázení f je problem

Kružnice je obecně množina, jde

pravidelného nebo obecného (poloha) a

$\#(A_f) > \#(P)$

a $\#(A_f) = \sup \{\#(P), \#(A)\} < \infty\}$

Množina může být

$\#(A_f) = \#(P) = \#(A)$

f kružnice množina nepravidelná

kružnice

• rozdíl výšek

• kružnice množina

NOVÝ (?) PŘÍSTUP K ÚROVNÝM MNOŽINÁM

Zbyněk Šir, Praha/Haifa

Daniel Hlubinka,

Hatfiz

OBOD
metody

Praha/Zbraslav

Emil Žagar, Ljubljana (Universita)

1. ÚROVNÝ MNOŽINA

Úrovné množiny (level-set):

$$\text{Mějme funkci } f: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}, \quad \{x; f(x) = c\}$$

Úrovní množina:

$$\Lambda_d = \{x; f(x) \geq d\}$$

Aby Λ_d měla nějaké vlastnosti, musí mít i f nějaké vlastnosti. Třeba být spojité. Nebo alespoň shora pokryta.

2. ÚKOL Č. 1

Potřebujeme majit Λ_d kromě toho f musí být do určité míry.

Kromě toho f, musíme být schopni již odhadnout, nebo určit alespoň v dostatečně mnoha bodech.

3. ÚKOL Č. 2

Potřebujeme majit d tak, aby množina Λ_d splňovala další požadavky. Například na objem.

4. KONKRÉTNÍ PŘÍKLAD

f je násobkem hustota rozdílu. Je mnoho (neparametrických) metod, jak f odhadnout. Např.:

- jistkový odhad
- nejtěžší součet

ale máme „napojený“ odhad:

$$\hat{\Lambda}_d = \{x; \hat{f}(x) \geq d\}$$

My zamýšlejme pro každý x množinu spočítek $\hat{f}(x)$, což je konstantní vzdálost.

Ale vzdálost ještě můžeme $\hat{\Lambda}_d$ odhadnout. A to nemusí být sice těžké, nicméně jde o skutečný krok. Tím bychom vylepšili úkol 1.

Málo komplikace:

žežel i 2 můžeme snadno dát:

NAJDĚTE CO NEJMENŠÍ (leh. měř.) MNOŽINU S PRAVEPODORNOSTÍ ALESPOŇ 0.8

Tento výklad je podporován universitním projektom TROJES a TRIMUS

5. MNOŽINA NEJMENŠÍHO OBJEKU

Vidíte dleto: májme na \mathbb{R}^d pravidelnost (rozdílení) P a hustotu f a hledáme množinu Λ_d tak, aby

$$\lambda^d(\Lambda_d) = \min \{ \lambda^d(B); P(B) \geq \alpha \}$$

λ^d je Lebesgueova měra na \mathbb{R}^d

Ekvivalentní problém:

Najděte tak úrovní množinu, jejíž pravidelnost je alespoň (pravé) α

$$P(\Lambda_d) \geq \alpha$$

$$\alpha = \sup \{ d; P(\Lambda_d) \geq \alpha \}$$

Není těžké nájsít, že

$$\Lambda_d(x) = \{x; f(x) \geq d(x)\}$$

je hledanou množinou nejménšího objektu.

6. POTÍŽE S KLASICKÝM PŘÍSTUPEM.

Jednodušej je „snadné“ majit pro dané d > 0

$$\hat{\Lambda}_d(\hat{f}) = \{x; \hat{f}(x) \geq d\}$$

máme však snadne nájsít, že

$P(\hat{\Lambda}_d) \geq \alpha$ (ale alespoň asymptoticky). Jednová měřitelnost je sice měřitelný měřík X_1, \dots, X_m nejdále jež podle odhadované hustoty $\hat{f}(X_{(1)}) \geq \hat{f}(X_{(2)}) \geq \dots \geq \hat{f}(X_{(m)})$

a nejt

$$\hat{\Lambda}_{d(\hat{f})} = \{x; \hat{f}(x) \geq \hat{f}(X_{(m)})\}$$

Shále však tímto ještě nemáme, kdežto body do $\hat{\Lambda}_{d(\hat{f})}$ fakt (které všechny konkávny) mají pořadí množiny, kterou máme odhadnout.

7. NOVÝ (?) PŘÍSTUP

Nášim cílem je najednou a rychle určit $\hat{\Lambda}_{d(\hat{f})}$

Načáremo měřitelný měřík

$$X_1, X_2, \dots, X_m$$

Kož vzdílenosti bodů určíme odhad hustoty a pak, kteroumu přiřadíme když hustotu. Tím nášem hledat všem bodům

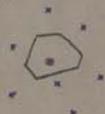
Praha/Zbraslav

Emil Žagar, Ljubljana (Universita)

přiřadíme $\hat{f}(x)$ a jediným výjedem nazíváme $\hat{\Lambda}_d$. Jak? Použijeme

Voronojevo rozdělení \mathbb{R}^d

Obr. 1:



- náhodný výběr
- konvexní množina
- bod, k němuž je nejbližším bodem výběru (vníma)

• Uvěřme - odhadneme - hustotu + bod →

• Celá množina □ kde patří do stejně Voronoiho množiny jako *

8. 1 HUSTOTU ODHADNEME Z TETO METODY

Jednou-li body výběrem blízko sebe → hustota je ade velká.

$$(f(x) \approx \frac{P(O_x)}{\lambda(O_x)}, \text{ kde } O_x \text{ je malý okolí bodu } x)$$

Takže hustota f(x) je sice málo přesněji hodnotě objemu hránky obsahující bod x.

Jednodušej, ale nefungující odhad množiny nejménšího objektu:

Vzájemně nelišejí myšlenky X_1, \dots, X_m a ke každému bodu určíme jeho Voronoiho měřík B_1, \dots, B_m . Jeřádme

$$\lambda^d(B_0) \leq \lambda^d(B_1) \leq \dots \leq \lambda^d(B_m) \text{ a potom}$$

$\hat{\Lambda}_{d(\hat{f})} = \bigcup_{i=1}^m B_{(i)}$ Vrátíme máme množinu, jejíž pravidelnost je blízká α . Ale můžeme být daleko od skutečné nejménší množiny.

→ dalo by mělo významnou.

PROC?

Potřebujeme byt, aby $\overline{|P(B_i) - \frac{1}{m}|} \xrightarrow{i \rightarrow \infty} 0$

ale máme jen $E(P(B_i)) = \frac{1}{m}$ a konvergence myže

NEPLATI! (na měřík výběru)

(na rozdíl a konverenci)

COS TÍM?

Buduť ari so, čemuž jsme se chtěli vyhnout. Kolektivně pominout. Může, abychom odhadnuli

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P(B_i)$$

dodf: my, $\overline{|P(B_i) - \frac{1}{m}|} \rightarrow 0$, ale mo ne?

žežel měřit i nějaké obecné hránky a jejich objem a původně.

Kolik? Mělo by jich být $\frac{1}{m}$ když $\lambda^d(B_i) \rightarrow 0$ alespoň $\lambda^d(\bigcup_{i=1}^m B_i) \rightarrow 0$

hranice B_i by měla být co nejménší, aby když

metoda byla co nejlepší.

Pokud se všimete, že všechny hránky

jsou kongruentní.

ROBUST 2018, RYBNÍK

napsano v HandTEX