Modelování kovariance v asimilaci dat odhadem prostorové struktury gaussovského markovského náhodného pole

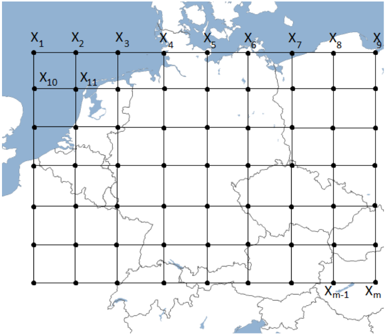
Marie Turčičová[1,2] Jan Mandel[2,3] Kryštof Eben[2]

[1]MFF UK
[2]Ústav informatiky AV ČR
[3]University of Colorado Denver

Robust, 13. 9. 2016

Úvod

- náhodný výběr (ensemble): $\boldsymbol{X}_1, \ldots, \boldsymbol{X}_N$
- $\dim(\boldsymbol{X}_i) = m$
- $m >> N \quad (N \sim 10, 100 \;, m \sim 10^6)$



Problém výběrové kovariance

Za těchto okolností má výběrová kovariance

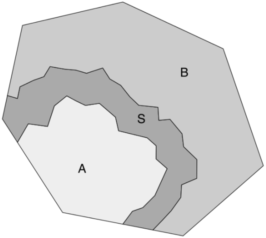
$$S = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (\boldsymbol{X}_i - \bar{\boldsymbol{X}})(\boldsymbol{X}_i - \bar{\boldsymbol{X}})^\top$$

- malou hodnost
- ”rušivé” kovariance

Vylepšení

Odhad je možné vylepšit zavedením dodatečných předpokladů. Nejčastěji se předpokládá, že pole $\boldsymbol{X}$ je:

- gaussovské
- kovariančně stacionární
- markovské (prostorově)



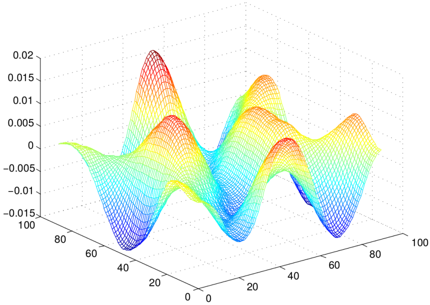
Hodnoty $\boldsymbol{X}(s)$ z A jsou podmíněně nezávislé na hodnotách z B při daných hodnotách z S.

Stochastické rovnice difúze

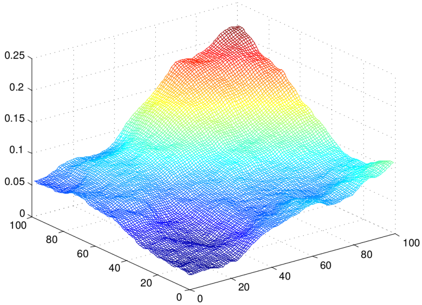
- vytvoření umělých členů ensemblu pomocí stochastické rovnice difúze

$$(\kappa^2 - \Delta)\boldsymbol{X}(s) = \sigma \boldsymbol{W}(s)$$

- její parametry odhadnuty metodou maximální věrohodnosti



$\kappa^2 = 200, \sigma^2 = 2$

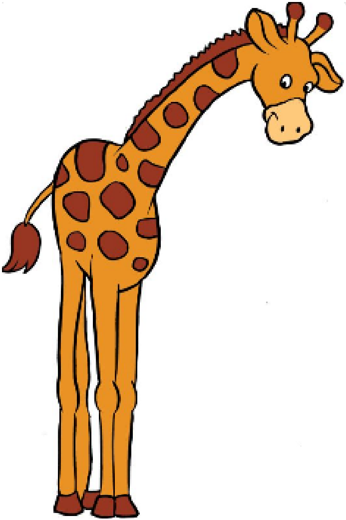


$\kappa^2 = 2, \sigma^2 = 200$

Princip metody

- výsledné členy mají prostorovou Markovskou vlastnost a Matérnovu kovarianci
- dochází tak ke "smrštění" výběrové kovariance k Matérnově kovarianci
- zajímavé bude zejména rozšíření na anizotropní a nestacionární pole
- pomocí teorie z článku [1]

[1] D. Simpson, F. Lindgren, H. Rue. *Think continuous: Markovian Gaussian models in spatial statistics*. Spatial Statistics, Vol. 1 (2012), pp. 16-29.



Děkuji za pozornost.