# Semi-parametrický prístup k odhadovaniu koeficientov ARMA modelov časových radov

Peter Laník

Katedra matematiky
Univerzita Mateja Bela

Robust 2012
9. – 14. septembra 2012, Němčičky

# Motivácia

- stacionárny, invertibilný, náhodný proces $\{Y_t; t \in Z\}$

# Motivácia

- stacionárny, invertibilný, náhodný proces $\{Y_t; t \in Z\}$
- ARMA(p,q) model: $Y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$, kde $\epsilon_t$ je biely šum

# Motivácia

- stacionárny, invertibilný, náhodný proces $\{Y_t; t \in Z\}$
- ARMA(p,q) model: $Y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$, kde $\epsilon_t$ je biely šum
- odhad $\theta = \{a_1, a_2, \ldots, a_p, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q, \sigma^2\}$, klasicky pomocou ML, CML, ...

# Motivácia

- stacionárny, invertibilný, náhodný proces $\{Y_t; t \in Z\}$
- ARMA(p,q) model: $Y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$, kde $\epsilon_t$ je biely šum
- odhad $\theta = \{a_1, a_2, \ldots, a_p, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q, \sigma^2\}$, klasicky pomocou ML, CML, ...

# Motivácia

- stacionárny, invertibilný, náhodný proces $\{Y_t; t \in Z\}$
- ARMA(p,q) model: $Y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$, kde $\epsilon_t$ je biely šum
- odhad $\theta = \{a_1, a_2, \ldots, a_p, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q, \sigma^2\}$, klasicky pomocou ML, CML, ...

Cieľom je odhad robustný voči nesprávnej špecifikácii modelu z hľadiska rozdelenia šumu

# Motivácia

- stacionárny, invertibilný, náhodný proces $\{Y_t; t \in Z\}$
- ARMA(p,q) model: $Y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$, kde $\epsilon_t$ je biely šum
- odhad $\theta = \{a_1, a_2, \ldots, a_p, \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q, \sigma^2\}$, klasicky pomocou ML, CML, ...

Cieľom je odhad robustný voči nesprávnej špecifikácii modelu z hľadiska rozdelenia šumu a zároveň voči aditívnym outlierom.

Odhadovacie funkcie:

$$u(Y_t, \theta) : V \times \Theta \to R^q, kde Y_t \in V \text{ a } \theta \in \Theta \subseteq R^p$$

Odhadovacie rovnice:

$$E[u(Y_t, \theta)] = 0$$

GMM odhad:

$$Q_T(\theta) = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t, \theta)^T W_T T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t, \theta)$$

Empirický model na základe informácie do času $T$ :

$$\Phi_T(\Theta) = \bigcup_{\theta \in \Theta} \Phi_T(\theta),$$

$$\Phi_T(\theta) = \{f_Y(y;\theta) : T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t;\theta) \simeq 0\}$$

Empirický model na základe informácie do času $T$ :

$$\Phi_T(\Theta) = \bigcup_{\theta \in \Theta} \Phi_T(\theta),$$

$$\Phi_T(\theta) = \{f_Y(y;\theta) : T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t;\theta) \simeq 0\}$$

$T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t;\theta) \simeq 0$ sú výberové odhadovacie rovnice, skórové rovnice CML pre rôzne pravdepodobnostné rozdelenia šumu.

# Semi-parametrický model

Empirický model na základe informácie do času $T$ :

$$\Phi_T(\Theta) = \bigcup_{\theta \in \Theta} \Phi_T(\theta),$$

$$\Phi_T(\theta) = \{f_Y(y;\theta) : T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t;\theta) \simeq 0\}$$

$T^{-1} \sum_{t=1}^{T} u(Y_t;\theta) \simeq 0$ sú výberové odhadovacie rovnice, skórové rovnice CML pre rôzne pravdepodobnostné rozdelenia šumu.
Z $\Phi_T(\Theta)$ vyberáme $\Phi_T(\theta)$ tak, aby sme minimalizovali $Q_T(\theta)$.

# Zhrnutie

- Semi-parametrický model na odhad parametrov ARMA modelov.
- Úprava odhadu váhovej matice v GMM.

# Zhrnutie

- Semi-parametrický model na odhad parametrov ARMA modelov.
- Úprava odhadu váhovej matice v GMM.

**Plány**

- Odvodiť mieru robustnosti (*IF*, *BP* , . . . )
- Porovnanie s robustnými metódami (*GM* odhad, $\tau$ odhad, robustné filtre, . . . )