Sada příkladů 5/11

Funkce komplexní proměnné

Laurentovy řady

Rozviňte následující funkce v Laurentovy řady v redukovaném okolí daného bodu, nebo na dané množině.

1. $f(z) = \frac{1}{z-2}, \;\; z_0 = 0;\, z_0 = \infty$
2. $f(z) = \frac{z^2-2z+5}{(z-2)(z^2+1)}, \;\; z_0 = 2;\, 1 < |z| < 2$
3. $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^2}, \;\; z_0 = \mathrm{i};\, z_0 = \infty$
4. $f(z) = z^2 \sin\frac{1}{z-1}, \;\; z_0 = 1$
5. $f(z) = \mathrm{e}^{z+\frac{1}{z}}, \;\; 0 < |z| < \infty$
6. $f(z) = \sin z \sin\frac{1}{z}, \;\; 0 < |z| < \infty$
7. $f(z) = \ln\frac{z-a}{z-b}, \;\; z_0 = \infty$

   Zjistěte, zda je možno rozvinout následující funkce do Laurentovy řady v redukovaném okolí daných bodů. Pokud je funkce mnohoznačná, vyšetřete všechny jednoznačné větve.

8. $f(z) = \cos\frac{1}{z}, \;\; z_0 = 0$
9. $f(z) = \frac{1}{\cos z}, \;\; z_0 = 0$
10. $f(z) = \frac{z^2}{\sin\frac{1}{z}}, \;\; z_0 = 0$
11. $f(z) = \sqrt{z}, \;\; z_0 = 0$
12. $f(z) = \sqrt{1+\sqrt{z}}, \;\; z_0 = 1$
13. $f(z) = \sqrt{1+\sqrt{z}}, \;\; z_0 = 0$