Křivkový a plošný integrál

Plošný integrál 1. druhu

1. Parametrizujte torus.

2. Parametrizujte Möbiův list.

3. Popište povrch kvádru jako zobecněnou plochu.

4. Napište parametricky rovnici zobecněné koule

$$|x|^\alpha + |y|^\alpha + |z|^\alpha = a^\alpha,$$

α i $a > 0$.

5. Popište plášť válce

$$\{(x, y, z); x^2 + y^2 \leq r^2; |z| \leq a\}$$

jako zobecněnou plochu.

6. Najděte plošný obsah plochy $z^2 = 2xy$ uříznuté rovinami $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$.

7. Najděte plošný obsah plochy $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, omezené vnitřkem válce $x^2 + y^2 = 2x$.

8. Najděte plošný obsah plochy $x = \varrho \cos \varphi$, $y = \varrho \sin \varphi$, $z = h\varphi$, $0 < \varrho < a$, $0 < \varphi < 2\pi$.

9. Najděte plošný obsah anuloidu $(\sqrt{x^2 + y^2} - a)^2 + z^2 = b^2$.

10. Najděte plošný obsah plochy $x^2 + y^2 = 1$ omezené $y^2 + z^2 \leq 1$.

11. Najděte plošný obsah plochy $(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} + z = 1$, $z \geq 0$.

12. Spočtěte $\int_S \frac{\mathrm{d}S}{h}$, kde S je povrch elipsoidu a h je vzdálenost od středu elipsoidu k rovině "tečné k $\mathrm{d}S$".

13. Spočtěte $\int_S \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\,\mathrm{d}S$, kde S část hyperbolického paraboloidu $z = xy$, odříznutá válcovou plochou $x^2 + y^2 = R^2$ ($|z| \leq R$).

14. Najděte momenty setrvačnosti homogenní trojúhelníkové desky desky $x + y + z = 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, vůči jednotlivým souřadnicovým osám.

15. Spočtěte gravitační sílu, kterou se přitahují dvě homogenní sféry o poloměrech R a r, ležící ve vzdálenosti d. Plošná hustota rozložení hmoty je ϱ.

16. Najděte těžiště homogenního kužele $\sqrt{x^2 + y^2} = z$, useknutého válcem $x^2 + y^2 = ax$.

17. Najděte těžiště homogenní části koule $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x, y, z \geq 0$.

18. Najděte těžiště homogenního helikoidu $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = hv$, $0 < u < a$, $0 < v < \pi$.

19. Najděte gravitační potenciál homogenní kulové plochy $x^2+y^2+z^2 = a^2$ v bodě $P = (x_0, y_0, z_0)$, tj. spočtěte $\int_S \frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}}\,\mathrm{d}S$.

20. Najděte sílu, kterou působí kapalina s hustotou γ na svislou stěnu nádoby tvaru parabolického úseku $\frac{h}{a^2}(y^2 - a^2) \leq z \leq 0$, $x = 0$.