

Sylabus - Matematika pro fyziky II (NOFY162)

1. Komplexní analýza

- **Základní pojmy:** $\mathbb{C}$ vs. $\mathbb{R}^2$; geometrická interpretace komplexních čísel; Gaussova rovina; Riemannova sféra.
- **Derivace:** definice derivace; diferencovatelnost v $\mathbb{C}$ vs v $\mathbb{R}^2$; Cauchy–Riemannovy podmínky; základní vlastnosti funkcí: exponenciála, hlavní větev logaritmu, mocnina, cos, sin; derivace inverzní funkce; komplexní funkce a rovinná pole.
- **Integrace:** křivkový integrál; Cauchyho věta; charakterizace holomorfnosti; Cauchyho–Goursatova věta; Cauchyho integrální formule.
- **Řady:** mocninné, Taylorovy a Laurentovy rady - definice a klasifikace singularit; vyjádření koeficientů jednotlivých řad; hlavní a regulární část Laurentovy rady; reziduum; typy singularit a jejich charakterizace; meromorfní funkce.
- **Reziduová věta:** znění; pravidla pro výpočet reziduí; Jordanovo lemma; aplikace; singularity a reziduum v nekonečnu.
- **Hlubší vlastnosti:** Liouvilleova věta; základní věta algebry; věta o střední hodnotě, princip maxima a minima; Morerova věta; prodloužení holomorfních funkcí; Gamma funkce - definice a základní vlastnosti; holomorfní rozšíření.
- **Zobrazení:** Lineární lomené zobrazení; konformní zobrazení.

2. Fourierova transformace

- **Konvoluce:** definice konvoluce pro integrovatelné funkce; vlastnosti
- **Fourierova transformace na $L^1(\mathbb{R}^d)$:** definice; platnost Fourierova inverzního vzorečku pokud f i její transformace náležejí do $L^1(\mathbb{R}^d)$.
- **Schwartzův prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$:** základní vlastnosti; charakteristika.
- **Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$:** Fourierova a inverzní Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$; vlastnosti; Schwartzova věta o inverzi.
- **Fourierova transformace na $L^2(\mathbb{R}^d)$:** rozšíření Fourierovy transformace z $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ na $L^2(\mathbb{R}^d)$; vlastnosti.

3. Teorie distribucí

- **Distribuce:** prostor testovacích funkcí; definice distribuce; regulární distribuce; konvergence distribucí; základní operace s distribucemi; záměnnost pořadí derivování; derivování funkce se skoky; nosič a řád distribuce.
- **Temperované distribuce:** definice; Fourierova transformace temperovaných distribucí; inverzní Fourierův vzorec na temperovaných distribucích; Fourierova transformace Diracovy distribuce, exponenciály, sinu a kosinu; vztah derivace a Fourierovy transformace distribucí.
- **Součin distribucí:** součin a tenzorový součin distribucí; konvoluce distribucí - různé způsoby zavedení pro různé objekty z nichž alespoň jeden je distribuce; Fourierova transformace konvoluce distribucí.

- **Fundamentální řešení ODR a PDR:** definice pro lineární diferenciální operátor s konstantními koeficienty; rovnici vedení tepla a Laplaceův operátor.
- **Regularizace funkcí a distribucí:** distribuce a Fourierovy řady; Poissonův vzorec.