Konstrukce šifer

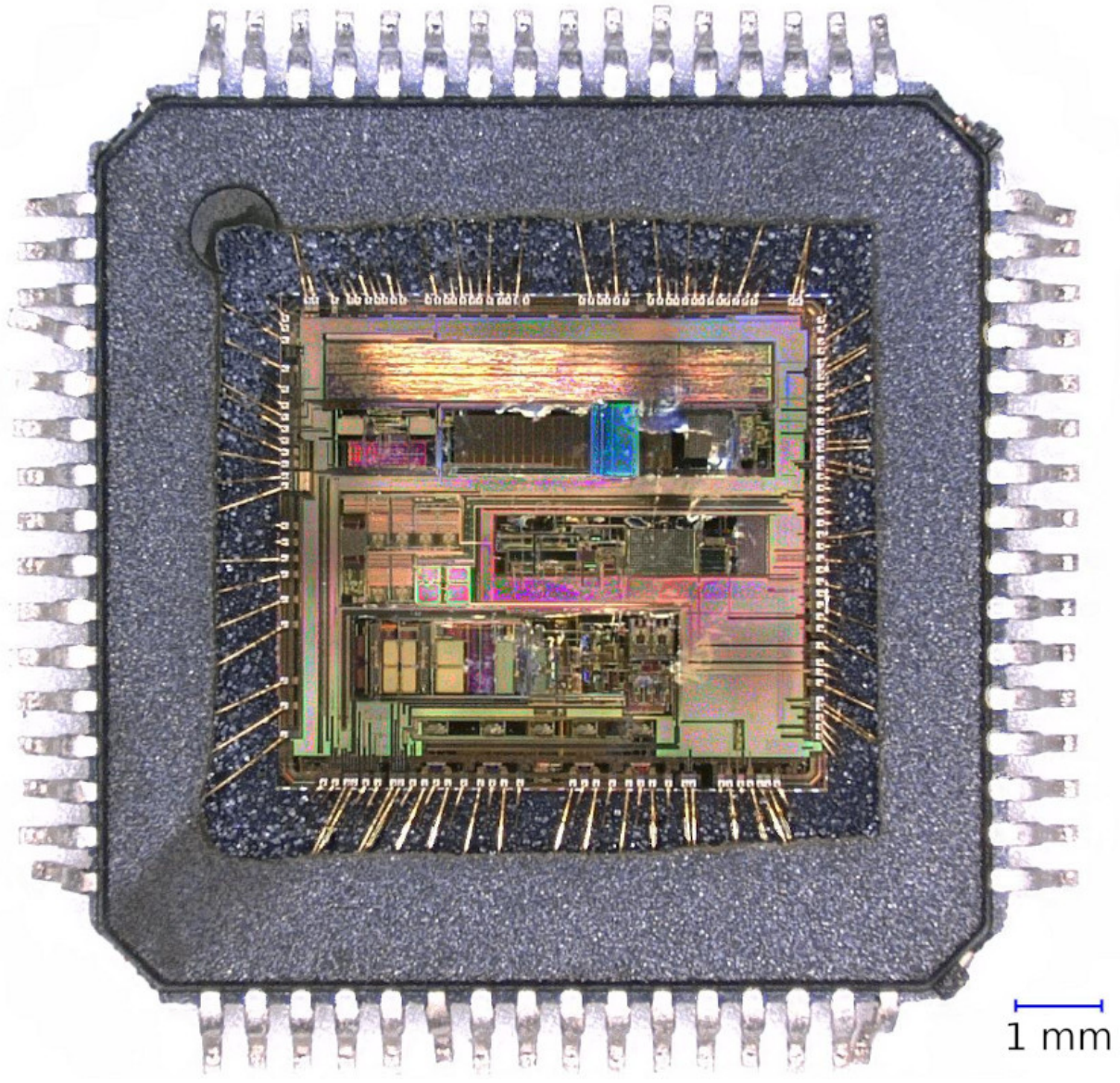
Andrew Kozlík

KA MFF UK

Kerckhoffsův princip

- V roce 1883 stanovil Auguste Kerckhoffs 6 principů, kterými by se měl řídit návrh šifrovacích zařízení.
- Například, že zařízení by mělo být přenosné, snadno použitelné, kompatibilní s telegrafem apod.
  Nejdůležitější je ale Kerckhoffsův druhý princip:
  Je třeba, aby šifrovací zařízení nevyžadovalo utajení a aby mohlo padnout do nepřátelských rukou, aniž by to způsobilo potíže.
- Jinými slovy: **Bezpečnost šifry nemá spočívat v utajení šifrovacího algoritmu, ale pouze v utajení klíče.**
- Důvodů je spousta: špionáž, úplatky, vydírání, reverzní inženýrství integrovaných obvodů (mikroskopem) nebo softwaru (z výpisu paměti běžícího programu).

Odpouzdření integrovaného obvodu



Budování složitějších šifer

- **Cíl:** Jedním klíčem (cca 16 bajtů) chceme šifrovat mnoho zpráv (gigabajty).
- **Problém:** U klasických šifer lze klíč snadno určit z jediného páru otevřeného a šifrového textu.
  Např. u Hillovy šifry vyřešením soustavy lineárních rovnic.
- **Intuice:** Šifra by měla provázat klíč a otevřený text složitým způsobem tak, aby:
  - výpočet ŠT z OT a klíče byl rychlý (šifrování),
  - výpočet OT z ŠT a klíče byl rychlý (dešifrování),
  - výpočet klíče z OT a ŠT byl složitý (luštění).
- Požadavky na dobrou šifru jsou ve skutečnosti přísnější . . .

Modely útočníků

1. Ciphertext-only attack (COA)
   - Útočník zná jeden nebo více šifrových textů.
2. Known-plaintext attack (KPA)
   - Útočník zná jeden nebo více párů ŠT a OT.
3. Chosen-plaintext attack (CPA)
   - Útočník volí otevřené texty a dovídá se šifrové texty.
4. Chosen-ciphertext attack (CCA)
   - Útočník volí šifrové texty a dovídá se otevřené texty.
   - Někdy se navíc předpokládá, že útočník může zároveň volit i otevřené texty a dovídat se šifrové texty.

- Všechny šifrové texty vznikají použitím stejného klíče.

Cíle útočníků

1. Key recovery attack
   - Určit použitý klíč.
2. Plaintext recovery attack
   - Dešifrovat nějaký šifrový text.
3. Zjistit jen jeden bit klíče nebo otevřeného textu nebo jiný údaj o klíči nebo otevřeném textu.
4. Distinguishing attack (rozlišovací útok)
   - Útočník si zvolí dva otevřené texty, ke kterým nezná šifrový text. My náhodně vybereme jeden z nich a zašifrujeme ho. Útočník má z šifrového textu rozlišit, který jsme vybrali, s pravděpodobností úspěchu lepší než 50 %.

- Od dobré šifry požadujeme, aby bez znalosti klíče byla při CPA i CCA odolná proti rozlišovacímu útoku.

Konfuze a difuze

- Nedostatkem mnoha klasických šifer je, že ŠT odráží statistické charakteristiky OT. Na základě statistické analýzy ŠT pak lze získat informace o klíči.

- Shannon navrhl dvě metody pro zmaření takové analýzy:

  - **Difuze:** Rozptyluje statistické charakteristiky OT přes celý ŠT. Čili každý bit OT by měl ovlivňovat co nejvíce bitů ŠT.

  - **Konfuze:** Každý bit ŠT by měl být složitým způsobem závislý na několika bitech klíče tak, aby vztah mezi ŠT a klíčem byl zastřen složitým systémem nelineárních rovnic.

Příklady konfuze a difuze

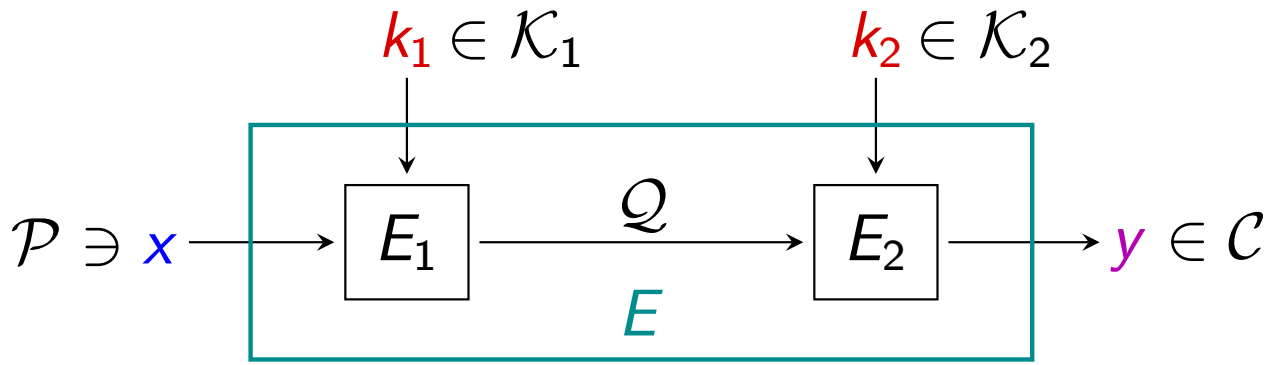
- **Příklad:** Jednoduchá substituce nebo Vigenèrova šifra.
  - Neposkytují dobrou difuzi ani konfuzi.
  - Proto jsou zranitelné frekvenční analýzou.
- **Příklad:** Hillova šifra.
  - Zajišťuje dobrou difuzi, je-li matice dostatečně velká a hustá. Frekvenční analýza je neúčinná.
  - Neposkytuje dobrou konfuzi.
    Klíč lze snadno spočítat z OT a ŠT.

Součin šifer

Definice

Nechť $S_1 = (\mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{K}_1, E_1, D_1)$ a $S_2 = (\mathcal{Q}, \mathcal{C}, \mathcal{K}_2, E_2, D_2)$ jsou šifry. Definujeme *součin šifer* $S_2 \times S_1 = (\mathcal{P}, \mathcal{C}, (\mathcal{K}_1 \times \mathcal{K}_2), E, D)$, kde

$$E((k_1, k_2), x) = E_2(k_2, E_1(k_1, x)), \quad \forall x \in \mathcal{P}, \forall (k_1, k_2) \in \mathcal{K}_1 \times \mathcal{K}_2,$$
$$D((k_1, k_2), y) = D_1(k_1, D_2(k_2, y)), \quad \forall y \in \mathcal{C}, \forall (k_1, k_2) \in \mathcal{K}_1 \times \mathcal{K}_2.$$



Izomorfismus šifer

Definice

Nechť $S_1 = (\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{K}_1, E_1, D_1)$ a $S_2 = (\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{K}_2, E_2, D_2)$ jsou šifry. Říkáme, že S_1 a S_2 jsou *izomorfní*, jestliže existují zobrazení $f : \mathcal{K}_1 \to \mathcal{K}_2$ a $g : \mathcal{K}_2 \to \mathcal{K}_1$ taková, že

$$E_1(k, x) = E_2(f(k), x), \quad \forall k \in \mathcal{K}_1, \ \forall x \in \mathcal{P},$$
$$E_2(k, x) = E_1(g(k), x), \quad \forall k \in \mathcal{K}_2, \ \forall x \in \mathcal{P}.$$

Idempotentní šifry

Definice

Jestliže $S \times S \simeq S$, říkáme, že S je *idempotentní šifra*.

- Jinými slovy, idempotentní šifra je taková, pro kterou platí: Dvojité šifrování dvěma klíči za sebou lze vždy popsat jako jediné šifrování s nějakým jedním klíčem.
- Čili, vícenásobné šifrování idempotentní šifrou nezvyšuje bezpečnost.
- Příklady idempotentních šifer:
  - substituční šifra,
  - transpoziční šifra,
  - Hillova šifra,
  - Vigenèrova šifra,
  - Vernamova šifra.

Komutující šifry

Definice

Jestliže $S_2 \times S_1 \simeq S_1 \times S_2$, říkáme, že S_1 a S_2 *komutují*.

- Jinými slovy, komutující šifry jsou takové, pro které platí: Zašifrování první šifrou a následné zašifrování výstupu druhou šifrou lze vždy popsat jako šifrování v opačném pořadí, byť třeba s jinými klíči.
- Příklady komutujících šifer:
  - substituce na písmenech a transpozice na písmenech (klíče budou po změně pořadí stejné, $f : (k_1, k_2) \mapsto (k_2, k_1)$),
  - transpozice na písmenech a Vigenèrova šifra (klíč Vigenèrovy šifry se může zvětšit).
- Obecně nekomutují: substituční a Hillova šifra.

Asociativita součinu šifer

Pozorování

Operace součinu šifer je asociativní, protože skládání zobrazení je asociativní.

Pozorování

Jestliže dvě idempotentní šifry S_1 a S_2 komutují, pak $S_2 \times S_1$ je idempotentní:

$$(S_2 \times S_1) \times (S_2 \times S_1) \simeq S_2 \times S_2 \times S_1 \times S_1 \simeq S_2 \times S_1.$$

Příklad

Označme S substituční šifru na písmenech a T transpoziční šifru na písmenech, pak

$$S_{k_6} \circ T_{k_5} \circ S_{k_4} \circ T_{k_3} \circ S_{k_2} \circ T_{k_1} \simeq S_{k''} \circ T_{k'}.$$

Budování složitějších šifer

- Složitější šifru můžeme vybudovat z neidempotentní šifry S iterováním: $S^n = S \times S \times \cdots \times S$.
- Jednu iteraci šifry S nazýváme *runda*.
- Kde vzít neidempotentní šifru?
- Můžeme vzít dvě šifry, které nekomutují.
  Jejich součin by obecně neměl být idempotentní.

Nelineární operace

- K zajištění nelinearity se v mnoha šifrách používá tzv. *substituční box* (S-box).
- S-box je zobrazení $S : \{0,1\}^m \to \{0,1\}^n$.
- Obvykle $m = n$ a S je bijekce, čili substituční šifra.
- Některé šifry používají S-boxy závislé na klíči (např. Twofish).
- Většina šifer používá jeden nebo více konstantních S-boxů (např. DES a AES) a klíč se aplikuje před použitím S-boxu.

S-boxy

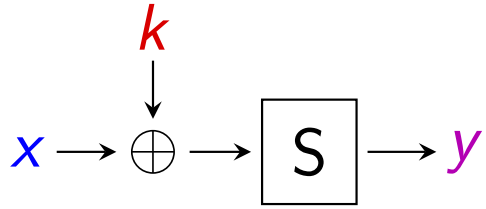
- S-boxy se zpravidla implementují vyhledávací tabulkou, protože nemívají jednoduchý algebraický popis.

Vstup	Výstup
000000	1110
000001	0000
000010	0100
000011	1111
000100	1101
⋮	⋮
111110	0000
111111	1101

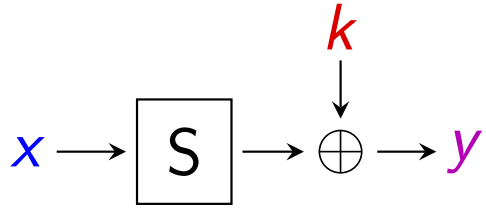
- Velikost S-boxu roste exponenciálně v počtu vstupních bitů m, proto většinou $m \leq 8$.

Využití konstantního bijektivního S-boxu

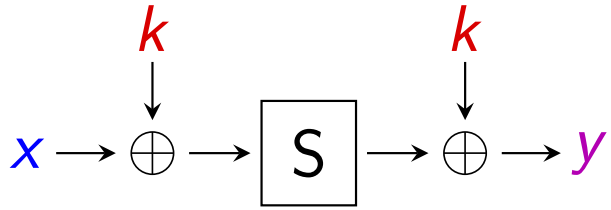
- Pokusíme se posílit Vernamovu šifru proti KPA.
- Přidání S-boxu na konec nemá pro bezpečnost význam:



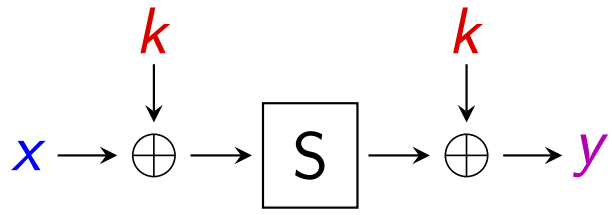
- Přidání S-boxu na začátek může ztížit COA tím, že homogenizuje entropii bitů OT, ale KPA zůstává triviální:



- V následujícím uspořádání (tzv. *Evenovo-Mansourovo schéma*) už obecně nelze z x a y vypočítat k tak snadno:



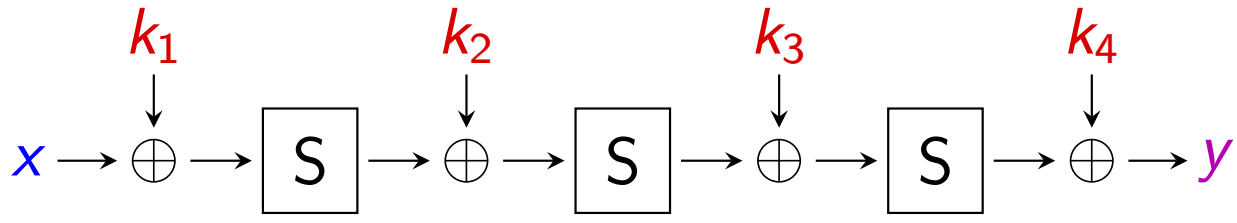
Evenovo-Mansourovo schéma



- Dobrý S-box zde tvoří překážku, přes kterou lze „přenést“ známou hodnotu snadno, ale neznámou hodnotu nikoliv.
- Evenovo-Mansourovo schéma pak poskytuje dobrou konfuzi.
- **Problém:** Můžeme si dovolit jen malý S-box ($m \approx 8$ bitů).
  - Toto schéma tak samo o sobě neposkytuje dobrou difuzi.
  - Klíč o délce m bitů odhalíme hrubou silou.

S-box nestačí

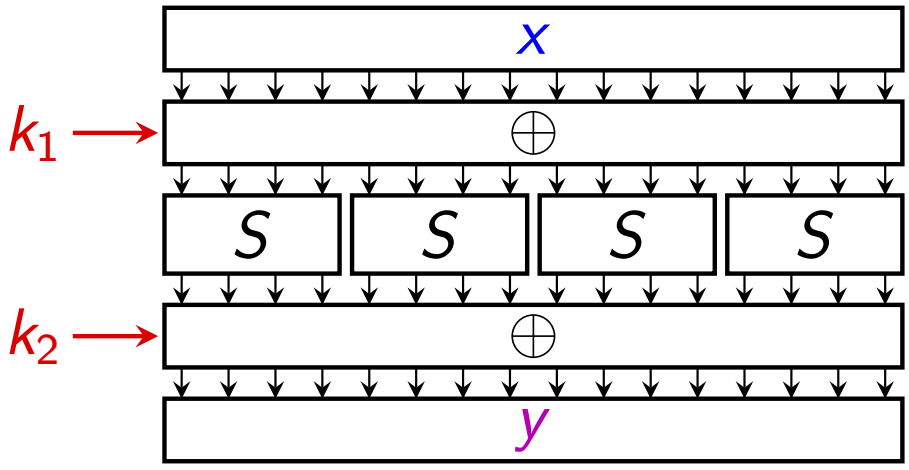
- Klíč by měl mít přes 80 bitů, aby mohl odolat útoku hrubou silou.
- **Řešení:** Přidáme víc klíče, $k = (k_1, k_2, k_3, k_4)$:



- **Problém:** Schéma dovoluje jen malou délku OT a ŠT.
  - Pro pevně zvolený klíč si útočník může při KPA vytvořit slovník dvojic $\big(x, E_k(x)\big)$, který pokryje většinu $x \in \mathcal{P}$.
  - Množina $\mathcal{P}$ musí být dostatečně velká (délka OT alespoň 64 bitů), aby toto nebylo snadno proveditelné.

S-box nestačí

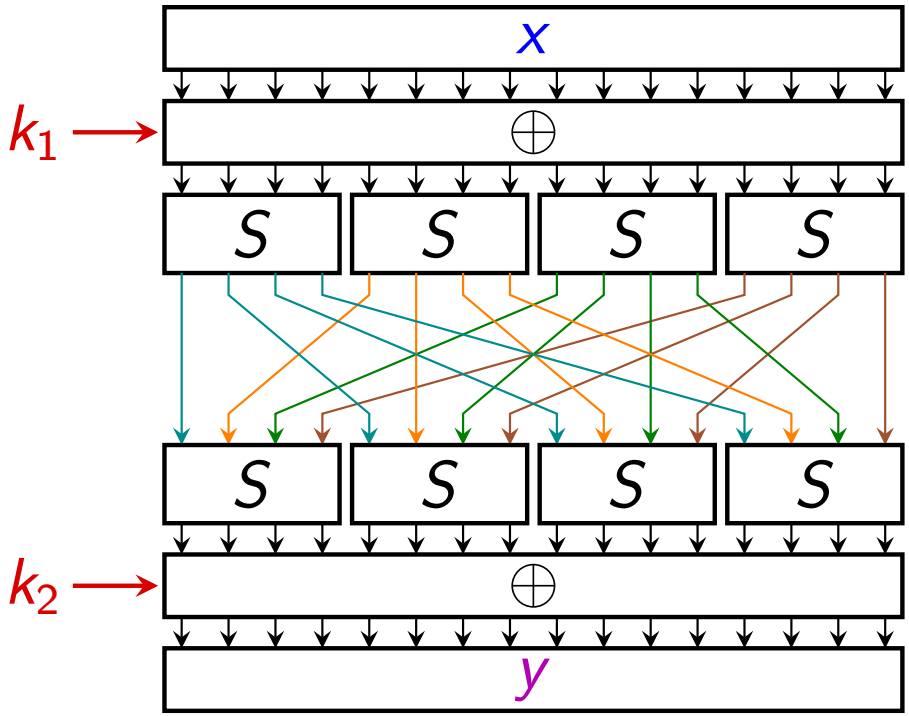
- Další možností je rozmístění S-boxů paralelně:



- Máme vedle sebe několik Evenových-Mansourových schémat, která spolu nijak neinteragují.
- Toto řešení není o moc lepší, protože složitost útoků vzrůstá přímo úměrně k počtu S-boxů, resp. k délce OT nebo klíče.
- Složitost útoků by měla vzrůstat exponenciálně vzhledem k délce klíče.

Difuzní vrstva

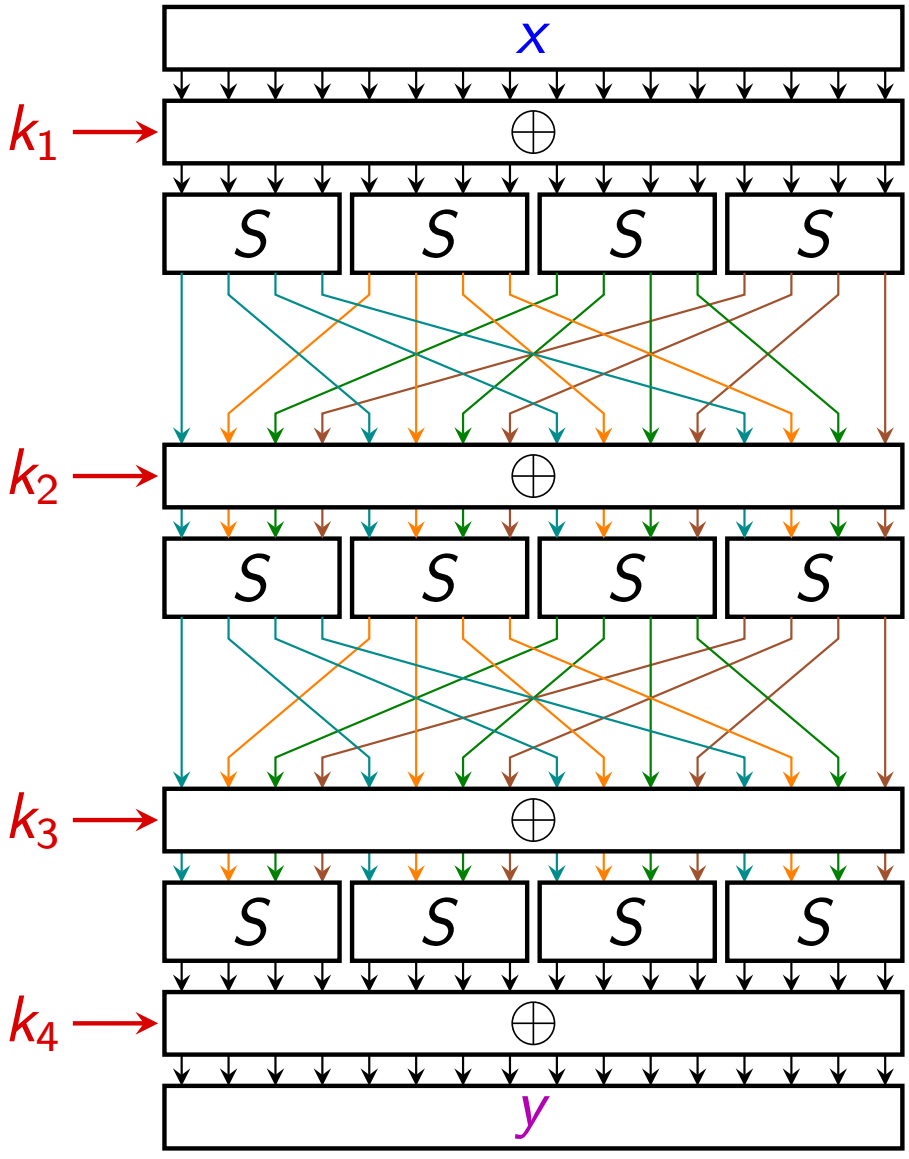
- Dobrým řešením je provázat několik paralelních konfuzních operací pomocí jedné široké difuzní operace.
- Jednoduchou difuzní operací je např. bitová permutace:



- Lepší difuze lze docílit použitím lineárního zobrazení, jehož matice je MDS (maximum distance separable).

Substituční-permutační šifra

- Konfuzi lze dále vylepšit iterováním tohoto schématu.



MDS matice

Definice

Nechť $\mathbf{A}$ je matice typu $m \times n$ nad konečným tělesem $\mathbb{F}_q$.
Jestliže $|\mathbf{Ax}| + |\mathbf{x}| > m$ pro všechna $\mathbf{x} \in \mathbb{F}_q^n \setminus \mathbf{0}$, pak říkáme, že $\mathbf{A}$ je *MDS matice* (maximum distance separable).

- $|\mathbf{x}|$ značí Hammingovu váhu vektoru $\mathbf{x}$, tj. počet nenulových složek v $\mathbf{x}$.
- Jinými slovy, je-li $\mathbf{A}$ MDS matice, pak platí, že změníme-li t složek vektoru $\mathbf{x}$, pak se změní alespoň $m - t + 1$ složek vektoru $\mathbf{Ax}$.
- Změna jedné složky v $\mathbf{x}$ způsobí změnu všech složek v $\mathbf{Ax}$.
- Změna dvou složek v $\mathbf{x}$ způsobí změnu v alespoň $m - 1$ složkách $\mathbf{Ax}$, atd.