Data Encryption Standard (DES)

Andrew Kozlík

KA MFF UK

Šifra DES

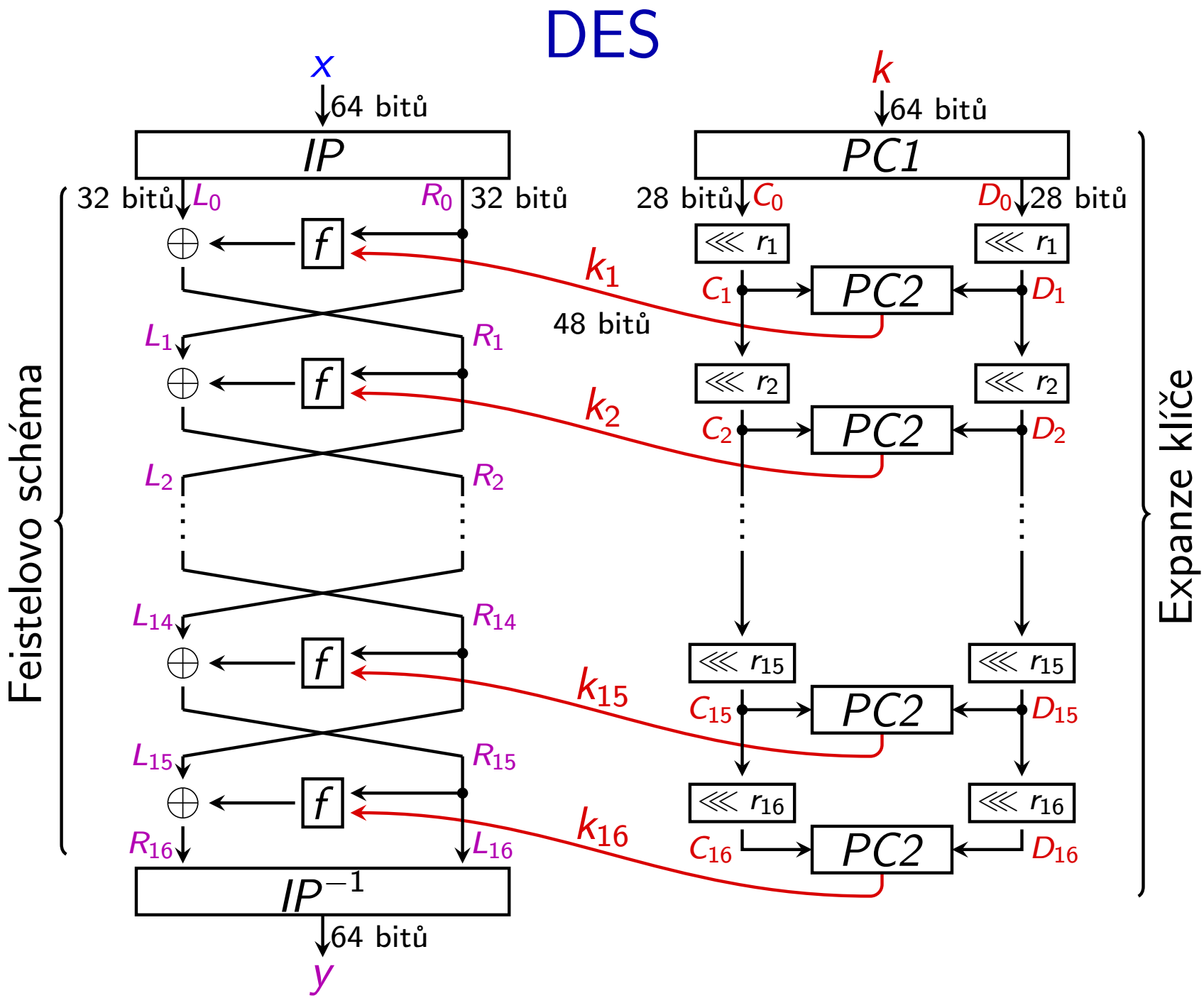
- DES je bloková šifra, $\mathcal{P} = \mathcal{C} = \{0,1\}^{64}$.
- Klíče mají délku 64 bitů, ale jen 56 bitů je účinných:

  $\mathcal{K} = \left\{ \mathbf{b} \in \{0,1\}^{64} \;\middle|\; \sum_{i=1}^{8} b_{i+8n} \equiv 1 \pmod 2,\ 0 \leq n \leq 7 \right\},$

  kde $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_{64})$.
- Čili rozdělíme-li klíč na 8 bajtů, pak každý má lichou paritu.
- Šifra ignoruje bity klíče b_8, b_{16}, b_{24}, b_{32}, b_{40}, b_{48}, b_{56} a b_{64}.
- DES byl navržen pro hardwarovou implementaci.

Historie DESu

- Standard publikoval americký National Institute of Standards and Technology v roce 1977.
- Původní návrh z roku 1974 vycházel z šifry LUCIFER, kterou vyvinul Horst Feistel z IBM.
- NSA si vynutila zkrácení klíče z navrhovaných 64 bitů na účinných 56 bitů. Původně NSA usilovala o 48 bitů.
- NSA vyměnila S-boxy, čímž učinila šifru odolnou proti diferenciální kryptoanalýze.
- Diferenciální kryptoanalýza byla objevena Bihamem a Shamirem v r. 1990, ale NSA ji znala již při designu.
- Dlouho panovaly obavy, že změnou S-boxů si NSA vytvořila zadní vrátka. Ve skutečnosti ale šifru vylepšila.


DES
x
64 bitů
IP
32 bitů
L0
R0
32 bitů
f
k1
48 bitů
L1
R1
k2
L2
R2
L14
R14
k15
L15
R15
k16
R16
L16
IP−1
64 bitů
y
Feistelovo schéma
k
64 bitů
PC1
28 bitů
C0
D0
28 bitů
≪ r1
C1
PC2
D1
≪ r2
C2
D2
≪ r15
C15
D15
≪ r16
C16
D16
Expanze klíče

Šifra DES

- Na otevřený text se nejdříve aplikuje bitová permutace IP.
- IP (initial permutation):
  - Usnadňuje hardwarovou implementaci při načítání OT přes 8bitovou sběrnici.
  - Nemá žádný význam pro bezpečnost šifry.
- Výsledek permutace se rozpůlí na dvě 32bitové části L_0 a R_0, které projdou 16 rundami Feistelova schématu.
- Na závěr se R_{16} a L_{16} spojí a provede se inverzní bitová permutace IP^{-1}.

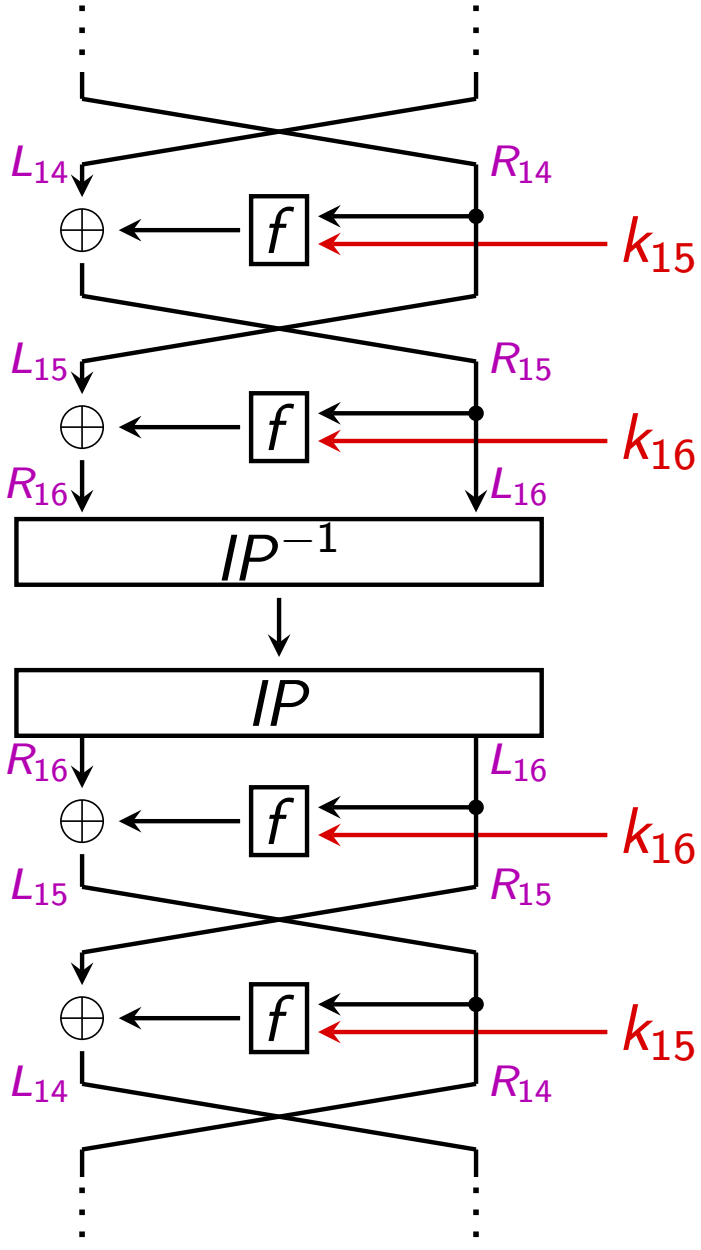
Feistelovo schéma

- Pro $i = 1, \ldots, 16$:
  $L_i = R_{i-1}$
  $R_i = L_{i-1} \oplus f(R_{i-1}, k_i)$
- Každá runda je invertovatelná bez ohledu na definici f:
  $R_{i-1} = L_i$
  $L_{i-1} = R_i \oplus f(R_{i-1}, k_i) = R_i \oplus f(L_i, k_i)$
- V poslední rundě nedochází k záměně levé a pravé poloviny. Výstupem schématu je (R_{16}, L_{16}).
- **Důsledek:** Dešifrování se provádí shodně jako šifrování, pouze s rozdílem, že se obrátí pořadí rundovních klíčů.
  Důkaz vzorci:
  - Vzorce pro dešifrování rundy jsou stejné jako pro šifrování, mají jen obráceně pojmenované proměnné $L \leftrightarrow R$.
  - Dáme-li na vstup šifry DES šifrový text, tak do Feistelova schématu vstupuje (R_{16}, L_{16}), tj. proměnné jsou obráceně pojmenované.

Dešifrování

Důkaz obrázkem:

Zřetězíme dvě Feistelova schémata, kde druhé má rundovní klíče v opačném pořadí než první. Vidíme, že jednotlivé operace se vzájemně vyloučí.



S-boxy

- Šifra DES má 8 konstantních S-boxů $\{0,1\}^6 \to \{0,1\}^4$.
- Například S_1 vypadá takto:

S_1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	14	4	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0	7
1	0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3	8
2	4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5	0
3	15	12	8	2	4	9	1	7	5	11	3	14	10	0	6	13

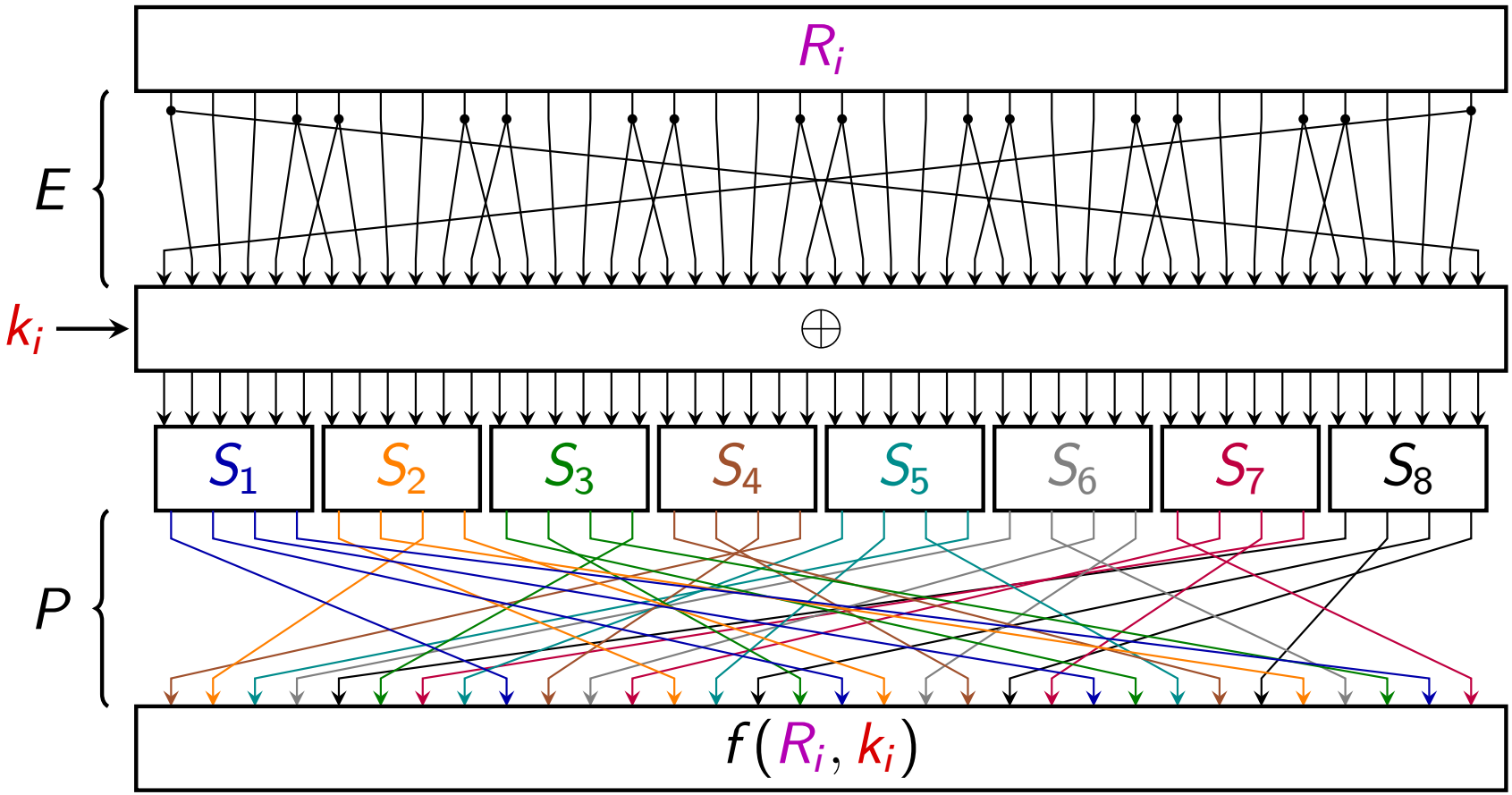
- Interpretace: První a šestý bit vstupu určují řádek a prostřední čtyři bity vstupu určují sloupec, kde leží výsledek.
- Příklad: $S_1(101010) = 0110$.
  $101010 \to$ řádek 2 a sloupec $5 \to 6 = (0110)_2$.
- Řádky S-boxů jsou permutace hodnot $\{0, \ldots, 15\}$.
- S-boxy jsou jediným nelineárním prvkem DESu a jádrem jeho bezpečnosti.

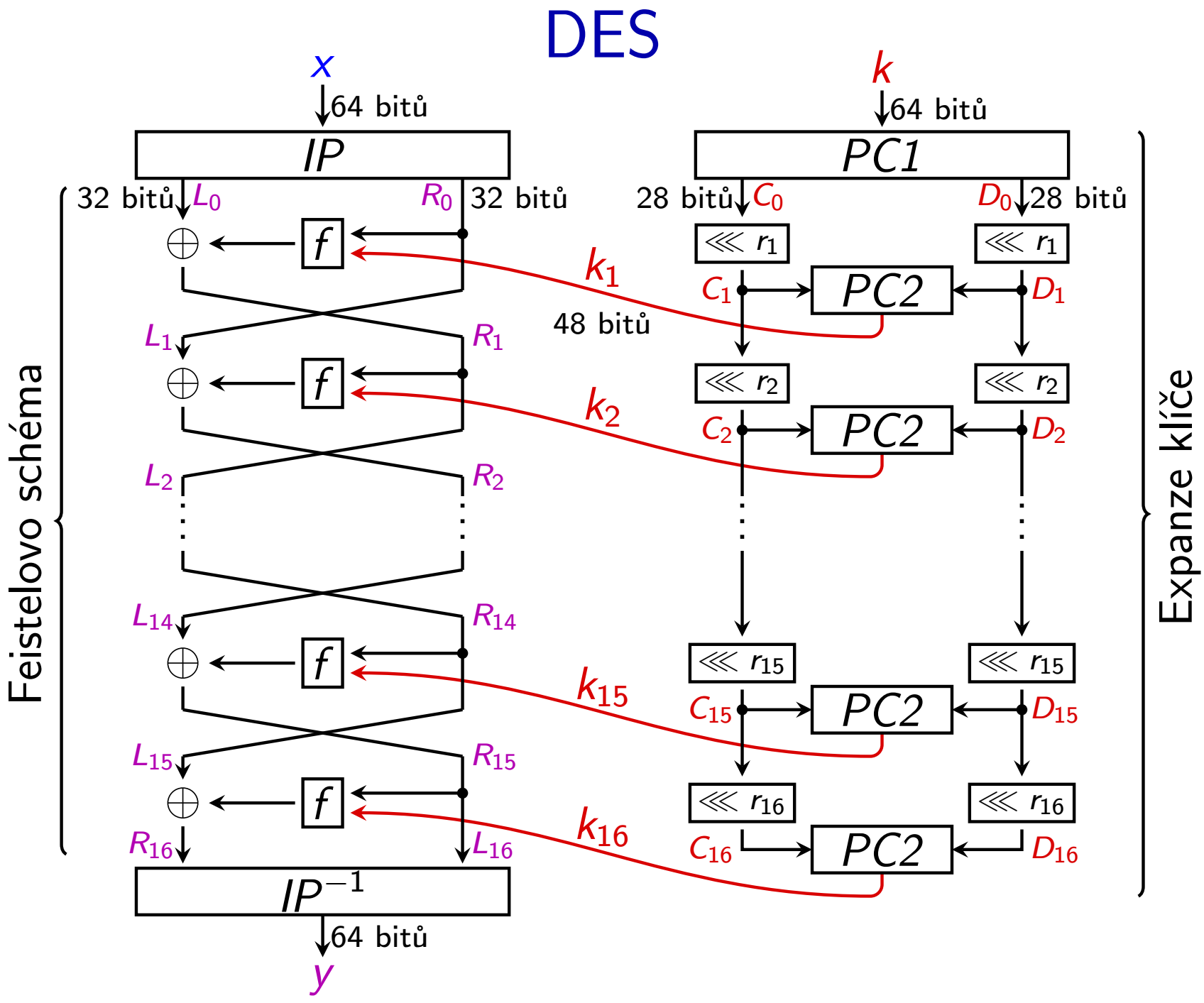
Rundovní funkce f

- Funkce f sestává z posloupnosti čtyř operací:
- E: Bitová expanze, která duplikuje polovinu bitů (32 bitů $\rightarrow$ 48 bitů).
- Přičtení 48bitového rundovního klíče operací XOR.
- $S_1, \ldots, S_8$: Vrstva osmi S-boxů (48 bitů $\rightarrow$ 32 bitů).
- P: Bitová permutace na 32 bitech.
  Permutace zajišťuje, že výstupní bity každého S-boxu putují v další rundě do šesti jiných S-boxů.

Rundovní funkce f

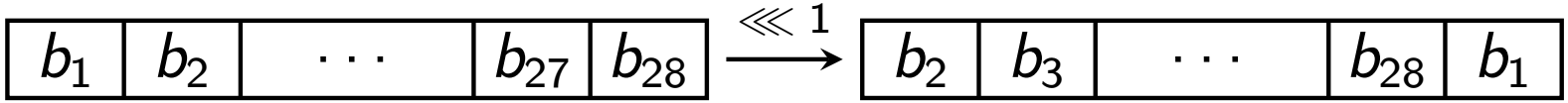
- $f(R_i, k_i) = P(S(k_i \oplus E(R_i)))$




DES
x
64 bitů
IP
32 bitů
L0
R0
32 bitů
f
k1
48 bitů
L1
R1
k2
L2
R2
L14
R14
k15
L15
R15
k16
R16
L16
IP−1
64 bitů
y
Feistelovo schéma
k
64 bitů
PC1
28 bitů
C0
D0
28 bitů
≪ r1
C1
PC2
D1
≪ r2
C2
D2
≪ r15
C15
D15
≪ r16
C16
D16
Expanze klíče

Expanze klíče

- **Anglicky:** key schedule.
- Expanze klíče vytvoří z hlavního 64bitového klíče šestnáct 48bitových rundovních klíčů.
- Permutace *PC1* (permuted choice)
  - Zahodí poslední bit každého bajtu.
  - Permutuje zbylé bity klíče. (Nemá význam pro bezpečnost.)
  - Rozdělí je na dvě poloviny o velikosti 28 bitů.
- Permutace *PC2*
  - Z 56 vstupních bitů vybere 48 a permutuje je.
- Permutace „$\lll r$“ rotuje bity doleva o r pozic.



Expanze klíče

- Při expanzi klíče dochází pouze k permutacím a výběru bitů hlavního klíče. Každý rundovní klíč je pouze výběrem určitých bitů hlavního klíče.
- Každý bit hlavního klíče se dostane do přibližně 14 rundovních klíčů z celkových 16.
- Registry C a D se v průběhu expanze zcela protočí:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
r_i	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1

  $\sum_{i=1}^{16} r_i = 28$, čili $C_{16} = C_0$ a $D_{16} = D_0$.
- Šifrování dalšího bloku může přímo pokračovat, aniž by bylo třeba reinicializovat algoritmus expanze klíče.

Dešifrování a expanze klíče

- Dešifrování se provádí krmením rundovních klíčů do Feistelova schématu v obráceném pořadí.
- K tomuto stačí spustit expanzi klíče ve zpětném chodu.
- Dešifrování lze tedy provést tak, že pouze nahradíme v expanzi klíče operaci $\lll r_i$ operací $\ggg r_{17-i}$.

Bezpečnost

- Všechny komponenty šifry kromě S-boxů jsou lineární $\big(g(x) \oplus g(y) = g(x \oplus y)\big)$.
- Kdyby i S-boxy byly lineární, pak by šifra šla popsat 64 lineárními rovnicemi o $64 + 56$ proměnných.
- Ukazuje se, že není na újmu bezpečnosti, že S-boxy jsou jedinou nelineární komponentou.
- Útok hrubou silou:
  Už v době návrhu existovaly obavy, že klíč je příliš krátký.
  - 1977 Diffie a Hellman navrhly stroj v ceně \$20 000 000, který by provedl útok za 1 den.
  - 1993 Wiener navrhl stroj v ceně \$1 000 000, který by provedl útok za 7 hodin.
  - 1998 Electronic Frontier Foundation sestavila stroj za \$250 000, který provedl útok v 56 hodinách.

Bezpečnost

- Diferenciální kryptoanalýza (chosen plaintext attack):
  - Vyžaduje 2^{49} volených otevřených textů a příslušných šifrových textů zašifrovaných stejným klíčem.
  - Nepraktické.

- Lineární kryptoanalýza (known plaintext attack):
  - Objevena v roce 1992 Mitsuruem Matsuim.
  - Vyžaduje 2^{43} párů otevřených a šifrových textů.
  - Nepraktické.
  - 1994 První povedený útok na DES. (12 CPU, 40 dnů se generovaly páry OT a ŠT, 10 dnů trvala kryptoanalýza.)

Vlastnosti DESu

- Bitová negace je operace, která obrací hodnotu každého bitu. Značíme ji pruhem: $\overline{1011} = 0100$.
- Pro libovolné $x \in \mathcal{P}$ a $k \in \mathcal{K}$ platí $\mathrm{DES}(\overline{k}, \overline{x}) = \overline{\mathrm{DES}(k, x)}$.
  - Negace klíče způsobí negace rundovních klíčů (ty se skládají z bitů hlavního klíče).
  - Negace otevřeného textu způsobí negaci vstupu do obou větví Feistelova schématu.
  - V rundovní funkcí f se negace R_i a k_i pokaždé vyruší:

$$\begin{aligned} f(\overline{R_i}, \overline{k_i}) &= P(S(\overline{k_i} \oplus E(\overline{R_i}))) \\ &= P(S(\overline{k_i} \oplus \overline{E(R_i)})) \\ &= P(S(k_i \oplus E(R_i))) = f(R_i, k_i). \end{aligned}$$

  - Negace vstupu se tedy šíří celým Feistelovým schématem:

$$\overline{L_i} \oplus f(\overline{R_i}, \overline{k_i}) = \overline{L_i} \oplus f(R_i, k_i) = \overline{L_i \oplus f(R_i, k_i)} = \overline{R_{i+1}}.$$

Útok hrubou silou

- Známe jeden pár OT a ŠT a provádíme útok hrubou silou. Kolik volání šifrovací funkce je třeba v průměru provést?
- Předpokládáme, že klíč byl zvolen náhodně s rovnoměrným rozdělením.
- Postupně zkoušíme jednotlivé klíče $k \in \mathcal{K}$ a ověřujeme, zda $y \stackrel{?}{=} E(k, x)$.
- Pravděpodobnost, že k nalezení správného klíče bude třeba právě i pokusů je $\frac{1}{|\mathcal{K}|}$.
- Střední hodnota počtu pokusů je tedy

$$\sum_{i=1}^{|\mathcal{K}|} \frac{1}{|\mathcal{K}|} \cdot i = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \frac{|\mathcal{K}|(|\mathcal{K}|+1)}{2} = \frac{|\mathcal{K}|+1}{2}.$$

- V případě DESu tedy 2^{55} volání šifrovací funkce.

Cvičení

Známe x, y_1 a y_2 takové, že

$$y_1 = \mathrm{DES}(k, x) \quad \text{a} \quad y_2 = \mathrm{DES}(k, \overline{x}).$$

Popište útok, který odhalí klíč k s průměrnou časovou složitostí 2^{54} šifrovacích operací DES.

Meet-in-the-middle útok

- Known plaintext attack na součinové šifry $S_2 \times S_1$.
- Známe x a y takové, že $y = E_2(k_2, E_1(k_1, x))$ a chceme odhalit k_1 a k_2.
- Pro každý klíč $k_1' \in \mathcal{K}_1$ spočteme $E_1(k_1', x)$ a sestrojíme vyhledávací tabulku,

$E_1(k_1', x)$	k_1'
$\vdots$	$\vdots$

  ve které lze rychle vyhledávat podle prvního sloupce.
- Pro každý klíč $k_2' \in \mathcal{K}_2$ spočteme $D_2(k_2', y)$ a výsledek se pokusíme vyhledat v prvním sloupci tabulky.
- Pokud se výsledek podaří najít, pak máme

$$D_2(k_2', y) = E_1(k_1', x),$$

  čili $y = E_2(k_2', E_1(k_1', x))$.

Meet-in-the-middle útok

- Časová složitost útoku je $|\mathcal{K}_1| + \frac{1}{2}|\mathcal{K}_2|$ operací.
  - Sestrojení tabulky: $|\mathcal{K}_1|$ volání operace E_1.
  - Vyhledávání v tabulce: $\frac{1}{2}|\mathcal{K}_2|$ volání operace D_2.

- Paměťová složitost útoku je minimálně $|\mathcal{K}_1| \log_2 |\mathcal{K}_1|$ bitů (pro uložení pravého sloupce tabulky).

- Složitost útoku hrubou silou na $S_2 \times S_1$ by byla $\frac{1}{2}|\mathcal{K}_1| \cdot |\mathcal{K}_2|$ operací.

- Meet-in-the-middle útok vyměňuje časovou složitost za paměťovou. Tuto vlastnost nazýváme *time-memory tradeoff*.

Double DES

- Double DES je šifra s klíčem o délce 112 bitů definovaná

$$2\mathrm{DES}\big((k_1, k_2), x\big) := \mathrm{DES}\big(k_2, \mathrm{DES}(k_1, x)\big),$$

  pro $k_1, k_2 \in \mathcal{K}_{\mathrm{DES}}$ a $x \in \mathcal{P}_{\mathrm{DES}}$.

- Jedná se o součin šifer a ví se, že DES není idempotentní.
- Meet-in-the-middle útok na 2DES:
  - Časová složitost útoku je $2^{56,6}$ šifrovacích operací.
  - Paměťová složitost útoku je minimálně 458 752 TB.
- Z hlediska časové složitosti útoků tedy není 2DES o nic bezpečnější než DES.
- Paměťovou složitost lze flexibilně snížit za cenu zvýšení časové složitosti např. tak, že $\mathcal{K}_1$ rozdělíme na n částí a útok provedeme na každou část zvlášť, tj. n-krát.

Triple DES

- Triple DES definujeme jako

$$\mathrm{3DES}\big((k_1, k_2, k_3), x\big) := \mathrm{DES}\big(k_3, \mathrm{DES}^{-1}(k_2, \mathrm{DES}(k_1, x))\big),$$

  pro $k_1, k_2, k_3 \in \mathcal{K}_{\mathrm{DES}}$ a $x \in \mathcal{P}_{\mathrm{DES}}$.

- Klíče k_1, k_2 a k_3 lze volit třemi způsoby:
  1. Three-key triple DES:
     k_1, k_2 a k_3 jsou nezávislé klíče (168 bitů).
  2. Two-key triple DES:
     k_1 a k_2 jsou nezávislé klíče a $k_3 = k_1$ (112 bitů).
  3. Klasický DES:
     $k_1 = k_2 = k_3$ (56 bitů).

- Proč $\mathrm{DES} \times \mathrm{DES}^{-1} \times \mathrm{DES}$ spíše než $\mathrm{DES} \times \mathrm{DES} \times \mathrm{DES}$?
  - Zpětná kompatibilita. Máme-li hardwarovou implementaci 3DESu, můžeme pomocí ní počítat i DES ($k_1 = k_2 = k_3$).

Útoky na triple DES

- Meet-in-the-middle útok na two-key nebo three-key 3DES:
  - Triple DES můžeme vyjádřit jako součin dvou šifer: $(\mathrm{DES} \times \mathrm{DES}^{-1})$ a DES.
  - Časová složitost útoku je $2^{56} + 2^{111} \approx 2^{111}$ šifrovacích operací.
  - Paměťová složitost útoku je minimálně 458 752 TB.
- Oorschotův-Wienerův útok na two-key triple DES (1990):
  - Jedná se o known plaintext attack, ve kterém útočník zná 2^t párů OT a ŠT pro libovolné $t > 0$.
  - Časová složitost útoku je 2^{120-t} operací šifrování.
  - Paměťová složitost útoku je $O(2^t)$.
- Od roku 2016 NIST nedoporučuje požívat two-key triple DES pro šifrování.

DES-X

- V roce 1984 navrhl Ron Rivest zesílení šifry DES přidáním tzv. bělících klíčů:

$$\text{DES-X}\big((k_1, k_2, k_3), x\big) := k_3 \oplus \text{DES}(k_2, x \oplus k_1),$$

  kde $x, k_1, k_3 \in \{0,1\}^{64}$ a $k_2 \in \mathcal{K}_{\text{DES}}$.

- Klíč tak má celkem $64 + 56 + 64 = 184$ bitů.
- KPA hrubou silou má složitost jen 2^{120} operací šifrování. Stačí procházet k_1 a k_2 ($64 + 56$ bitů) a dopočítat k_3.
- Bělení zlepšuje odolnost proti lineární i diferenciální kryptoanalýze na 2^{60} známých resp. volených párů OT a ŠT.
- Biryukovův-Wagnerův slide attack (2000):
  - Known plaintext útok, ve kterém útočník zná $2^{32,5}$ párů.
  - Časová složitost útoku je $2^{87,5}$ operací šifrování.