

Statistika

(MD360P03Z, MD360P03U)
ak. rok 2007/2008

Karel Zvára

karel.zvara@mff.cuni.cz
<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~zvara>

(naposledy upraveno 12. listopadu 2007)



proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

proč testování hypotéz

- ▶ připomeňme 95% intervaly spolehlivosti pro šestku u kostek:
 - ▶ kostka A: (0,10; 0,24)
 - ▶ kostka B: (0,31; 0,51)
- ▶ znamená něco, když $1/6 = 0,167$ leží či neleží v 95% intervalu spolehlivosti?
- ▶ nelze bezpečně poznat, že kostka A není falešná nebo že kostka B je falešná
- ▶ intervaly spolehlivosti určily rozmezí, kde by skutečná pravděpodobnost šestky měla být, jejich spolehlivost je velká, ale omezená
- ▶ musíme připustit, že jsme mohli mít smůlu, že se v našich pokusech náhodou realizovaly málo pravděpodobné možnosti, přestože k takové smůle dochází jen zřídka
- ▶ potřebujeme **standardizovaná pravidla**, jak rozhodovat

hypotézy a možná rozhodnutí

▶ možné statistické **hypotézy**

- ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
- ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat

▶ možná **rozhodnutí**

- ▶ zamítnout H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
- ▶ nezamítnout H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout

▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**

▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**

▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

▶ možné statistické **hypotézy**

- ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
- ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat

▶ možná **rozhodnutí**

- ▶ zamítnout H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
- ▶ nezamítnout H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout

▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**

▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**

▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

▶ možné statistické **hypotézy**

- ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
- ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat

▶ možná **rozhodnutí**

- ▶ zamítnout H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
- ▶ nezamítnout H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout

▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**

▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**

▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

▶ možné statistické **hypotézy**

- ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
- ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat

▶ možná **rozhodnutí**

- ▶ **zamítnout** H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
- ▶ **nezamítnout** H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout

▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**

▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**

▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

▶ možné statistické **hypotézy**

- ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
- ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat

▶ možná **rozhodnutí**

- ▶ **zamítnout** H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
 - ▶ **nezamítnout** H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout
- ▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**
- ▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**
- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

▶ možné statistické **hypotézy**

- ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
- ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat

▶ možná **rozhodnutí**

- ▶ **zamítnout** H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
- ▶ **nezamítnout** H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout

▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**

▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**

▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

- ▶ možné statistické **hypotézy**
 - ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
 - ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat
- ▶ možná **rozhodnutí**
 - ▶ **zamítnout** H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
 - ▶ **nezamítnout** H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout
- ▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**
- ▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**
- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

- ▶ možné statistické **hypotézy**
 - ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
 - ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat
- ▶ možná **rozhodnutí**
 - ▶ **zamítnout** H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
 - ▶ **nezamítnout** H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout
- ▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**
- ▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**
- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

hypotézy a možná rozhodnutí

- ▶ možné statistické **hypotézy**
 - ▶ **(nulová) hypotéza** H_0 : – zjednodušuje situaci, zpravidla se jí snažíme vyvrátit, abychom věcně něco prokázali: porovnávané populace se **neliší**, vyšetřované znaky jsou **nezávislé** ...
tedy žádný (tj. **nulový**) rozdíl, žádná (tj. **nulová**) závislost
 - ▶ **alternativa** H_1 : (**alternativní hypotéza**) – opak nulové hypotézy, zpravidla to, co chceme věcně dokázat
- ▶ možná **rozhodnutí**
 - ▶ **zamítnout** H_0 pokud naše data svědčí proti H_0
 - ▶ **nezamítnout** H_0 (přijmout H_0) pokud *není dost důvodů* H_0 zamítnout
- ▶ hypotéza – tvrzení o **populaci**
- ▶ rozhodujeme na základě dat z **výběru**
- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítnat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítnat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítnat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

chyby v rozhodování

- ▶ nelze zaručit bezchybnost rozhodnutí, mohou nastat chyby:
 - ▶ **chyba 1. druhu**, když zamítneme platnou hypotézu H_0
 - ▶ **chyba 2. druhu**, když nepoznáme, že hypotéza H_0 neplatí a nezamítneme ji (přijmeme ji)
- ▶ nechceme příliš často *chybně* zamítat H_0 (tedy falešně něco věcně prokazovat)
- ▶ proto se snažíme chybě 1. druhu pokud možno vyvarovat, nelze ji vyloučit
- ▶ **hladina testu** α = maximální přípustná pravděpodobnost chyby 1. druhu (zpravidla $\alpha = 0,05$, tj. $\alpha = 5\%$)
- ▶ **síla testu** = pravděpodobnost správného zamítnutí neplatné hypotézy

schéma rozhodování

| rozhodnutí | H_0 platí | H_0 neplatí |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| H_0 zamítnout | chyba 1. druhu ($pst \leq \alpha$) hladina testu | správné rozhodnutí ($pst > 1 - \beta$) síla testu |
| H_0 nezamítnout (přijmout) | správné rozhodnutí ($pst > 1 - \alpha$) | chyba 2. druhu ($pst \leq \beta$) |

- ▶ volíme řádek
- ▶ nevíme, který sloupec platí

klasický postup při rozhodování

- ▶ zvolit (nulovou) hypotézu H_0 , alternativu H_1
- ▶ zvolit hladinu testu α
- ▶ zvolit metodu rozhodování (který test použít)
- ▶ z dat spočítat testovou statistiku T a porovnat ji s tabelovanou kritickou hodnotou (bude ještě: porovnat p -hodnotu s hladinou α)
- ▶ **kritický obor** – množina těch výsledků pokusu (např. hodnot T), kdy budeme hypotézu zamítnat
- ▶ když padne statistika T do **kritického oboru**, pak hypotézu zamítnout (zpravidla, když $T \geq t_0$, t_0 – kritická hodnota)

klasický postup při rozhodování

- ▶ zvolit (nulovou) hypotézu H_0 , alternativu H_1
- ▶ zvolit hladinu testu α
- ▶ zvolit metodu rozhodování (který test použít)
- ▶ z dat spočítat testovou statistiku T a porovnat ji s tabelovanou kritickou hodnotou (bude ještě: porovnat p -hodnotu s hladinou α)
- ▶ **kritický obor** – množina těch výsledků pokusu (např. hodnot T), kdy budeme hypotézu zamítnat
- ▶ když padne statistika T do **kritického oboru**, pak hypotézu zamítnout (zpravidla, když $T \geq t_0$, t_0 – kritická hodnota)

klasický postup při rozhodování

- ▶ zvolit (nulovou) hypotézu H_0 , alternativu H_1
- ▶ zvolit hladinu testu α
- ▶ zvolit metodu rozhodování (který test použít)
- ▶ z dat spočítat testovou statistiku T a porovnat ji s tabelovanou kritickou hodnotou (bude ještě: porovnat p -hodnotu s hladinou α)
- ▶ **kritický obor** – množina těch výsledků pokusu (např. hodnot T), kdy budeme hypotézu zamítnat
- ▶ když padne statistika T do **kritického oboru**, pak hypotézu zamítnout (zpravidla, když $T \geq t_0$, t_0 – kritická hodnota)

klasický postup při rozhodování

- ▶ zvolit (nulovou) hypotézu H_0 , alternativu H_1
- ▶ zvolit hladinu testu α
- ▶ zvolit metodu rozhodování (který test použít)
- ▶ z dat spočítat testovou statistiku T a porovnat ji s tabelovanou kritickou hodnotou (bude ještě: porovnat p -hodnotu s hladinou α)
- ▶ **kritický obor** – množina těch výsledků pokusu (např. hodnot T), kdy budeme hypotézu zamítnat
- ▶ když padne statistika T do **kritického oboru**, pak hypotézu zamítnout (zpravidla, když $T \geq t_0$, t_0 – kritická hodnota)

klasický postup při rozhodování

- ▶ zvolit (nulovou) hypotézu H_0 , alternativu H_1
- ▶ zvolit hladinu testu α
- ▶ zvolit metodu rozhodování (který test použít)
- ▶ z dat spočítat testovou statistiku T a porovnat ji s tabelovanou kritickou hodnotou (bude ještě: porovnat p -hodnotu s hladinou α)
- ▶ **kritický obor** – množina těch výsledků pokusu (např. hodnot T), kdy budeme hypotézu zamítat
- ▶ když padne statistika T do **kritického oboru**, pak hypotézu zamítnout (zpravidla, když $T \geq t_0$, t_0 – kritická hodnota)

klasický postup při rozhodování

- ▶ zvolit (nulovou) hypotézu H_0 , alternativu H_1
- ▶ zvolit hladinu testu α
- ▶ zvolit metodu rozhodování (který test použít)
- ▶ z dat spočítat testovou statistiku T a porovnat ji s tabelovanou kritickou hodnotou (bude ještě: porovnat p -hodnotu s hladinou α)
- ▶ **kritický obor** – množina těch výsledků pokusu (např. hodnot T), kdy budeme hypotézu zamírat
- ▶ když padne statistika T do **kritického oboru**, pak hypotézu zamítnout (zpravidla, když $T \geq t_0$, t_0 – kritická hodnota)

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ tvar kritického oboru: hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ velikost kritického oboru: y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: padá na kostce šestka příliš často?

- ▶ chceme na 5% hladině prokázat, že pravděpodobnost šestky na dané kostce je větší, než by měla být (tj. větší než $1/6$)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) > 1/6 \quad (\pi > \pi_0)$
- ▶ provedeme $n = 100$ pokusů, Y je počet šestek
- ▶ co svědčí pro neplatnost hypotézy? Je to situace, kdy „šestka padá mnohem častěji, než by měla padat za H_0 “
- ▶ **tvar kritického oboru:** hypotézu zamítnat, když $Y \geq y_0$
- ▶ za platnosti H_0 má počet šestek Y rozdělení $bi(n, 1/6)$
- ▶ **velikost kritického oboru:** y_0 zvolíme tak, abychom hypotézu za její platnosti zamítali s pravděpodobností nejvýše α , tj.

$$P_0(Y \geq y_0) \leq \alpha$$

příklad: jak zvolit kritickou hodnotu y_0 ?

- ▶ některé pravděpodobnosti pro $Y \sim \text{bi}(100, 1/6)$

| y_0 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,220 | 0,152 | 0,100 | 0,063 | 0,038 | 0,022 |

- ▶ podmínku $P(Y \geq y_0) \leq 0,05$ splňuje $y_0 = 24$
- ▶ padne-li ve 100 nezávislých hodech kostkou aspoň 24 šestek, budeme na **5% hladině zamítat hypotézu**, že pst šestky je $1/6$ **ve prospěch alternativy**, že pst šestky je větší než $1/6$ (dáno zvolenou alternativou)
- ▶ na kostce A nám padlo 17 šestek, hypotézu **nezamítáme**, to ale neznamená, že bychom hypotézu prokázali
- ▶ na kostce B nám padlo 41 šestek, hypotézu **zamítáme**
- ▶ pro $\alpha = 10 \%$ bychom zvolili $y_0 = 22$, bylo by však větší riziko zamítnutí platné hypotézy

příklad: jak zvolit kritickou hodnotu y_0 ?

- ▶ některé pravděpodobnosti pro $Y \sim \text{bi}(100, 1/6)$

| y_0 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,220 | 0,152 | 0,100 | 0,063 | 0,038 | 0,022 |

- ▶ podmínku $P(Y \geq y_0) \leq 0,05$ splňuje $y_0 = 24$
- ▶ padne-li ve 100 nezávislých hodech kostkou aspoň 24 šestek, budeme na **5% hladině zamítat hypotézu**, že pst šestky je $1/6$ **ve prospěch alternativy**, že pst šestky je větší než $1/6$ (dáno zvolenou alternativou)
- ▶ na kostce A nám padlo 17 šestek, hypotézu **nezamítáme**, to ale neznamená, že bychom hypotézu prokázali
- ▶ na kostce B nám padlo 41 šestek, hypotézu **zamítáme**
- ▶ pro $\alpha = 10 \%$ bychom zvolili $y_0 = 22$, bylo by však větší riziko zamítnutí platné hypotézy

příklad: jak zvolit kritickou hodnotu y_0 ?

- ▶ některé pravděpodobnosti pro $Y \sim \text{bi}(100, 1/6)$

| y_0 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,220 | 0,152 | 0,100 | 0,063 | 0,038 | 0,022 |

- ▶ podmínku $P(Y \geq y_0) \leq 0,05$ splňuje $y_0 = 24$
- ▶ padne-li ve 100 nezávislých hodech kostkou aspoň 24 šestek, budeme na **5% hladině zamítat hypotézu**, že pst šestky je $1/6$ **ve prospěch alternativy**, že pst šestky je větší než $1/6$ (dáno zvolenou alternativou)
- ▶ na kostce A nám padlo 17 šestek, hypotézu **nezamítáme**, to ale neznamená, že bychom hypotézu prokázali
- ▶ na kostce B nám padlo 41 šestek, hypotézu **zamítáme**
- ▶ pro $\alpha = 10\%$ bychom zvolili $y_0 = 22$, bylo by však větší riziko zamítnutí platné hypotézy

příklad: jak zvolit kritickou hodnotu y_0 ?

- ▶ některé pravděpodobnosti pro $Y \sim \text{bi}(100, 1/6)$

| y_0 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,220 | 0,152 | 0,100 | 0,063 | 0,038 | 0,022 |

- ▶ podmínku $P(Y \geq y_0) \leq 0,05$ splňuje $y_0 = 24$
- ▶ padne-li ve 100 nezávislých hodech kostkou aspoň 24 šestek, budeme na **5% hladině zamítat hypotézu**, že pst šestky je $1/6$ **ve prospěch alternativy**, že pst šestky je větší než $1/6$ (dáno zvolenou alternativou)
- ▶ na kostce A nám padlo 17 šestek, hypotézu **nezamítáme**, to ale neznamená, že bychom hypotézu prokázali
- ▶ na kostce B nám padlo 41 šestek, hypotézu **zamítáme**
- ▶ pro $\alpha = 10 \%$ bychom zvolili $y_0 = 22$, bylo by však větší riziko zamítnutí platné hypotézy

příklad: jak zvolit kritickou hodnotu y_0 ?

- ▶ některé pravděpodobnosti pro $Y \sim \text{bi}(100, 1/6)$

| | | | | | | |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| y_0 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,220 | 0,152 | 0,100 | 0,063 | 0,038 | 0,022 |

- ▶ podmínku $P(Y \geq y_0) \leq 0,05$ splňuje $y_0 = 24$
- ▶ padne-li ve 100 nezávislých hodech kostkou aspoň 24 šestek, budeme na **5% hladině zamítat hypotézu**, že pst šestky je $1/6$ **ve prospěch alternativy**, že pst šestky je větší než $1/6$ (dáno zvolenou alternativou)
- ▶ na kostce A nám padlo 17 šestek, hypotézu **nezamítáme**, to ale neznamená, že bychom hypotézu prokázali
- ▶ na kostce B nám padlo 41 šestek, hypotézu **zamítáme**
- ▶ pro $\alpha = 10 \%$ bychom zvolili $y_0 = 22$, bylo by však větší riziko zamítnutí platné hypotézy

příklad: jak zvolit kritickou hodnotu y_0 ?

- ▶ některé pravděpodobnosti pro $Y \sim \text{bi}(100, 1/6)$

| y_0 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|--------------|-------|
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,220 | 0,152 | 0,100 | 0,063 | 0,038 | 0,022 |

- ▶ podmínku $P(Y \geq y_0) \leq 0,05$ splňuje $y_0 = 24$
- ▶ padne-li ve 100 nezávislých hodech kostkou aspoň 24 šestek, budeme na **5% hladině zamítat hypotézu**, že pst šestky je $1/6$ **ve prospěch alternativy**, že pst šestky je větší než $1/6$ (dáno zvolenou alternativou)
- ▶ na kostce A nám padlo 17 šestek, hypotézu **nezamítáme**, to ale neznamená, že bychom hypotézu prokázali
- ▶ na kostce B nám padlo 41 šestek, hypotézu **zamítáme**
- ▶ pro $\alpha = 10\%$ bychom zvolili $y_0 = 22$, bylo by však větší riziko zamítnutí platné hypotézy

příklad: síla testu

- ▶ **síla testu** = pst, že hypotézu zamítneme, když ona neplatí
- ▶ při 100 hodech hypotézu na 5% hladině zamítáme, je-li $Y \geq 24$
- ▶ necht' je ve skutečnosti $\pi = 1/4$, pak hypotézu zamítneme (výsledek pokusu padne do kritického oboru) s pstí

$$P(Y \geq 24) = \sum_{k=24}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{100-k} = 0,629$$

- ▶ pro $\pi = 0,25$ je tedy síla testu 62,9 %
- ▶ pro $\pi = 0,3$ je podobně síla testu rovna 92,4 %
- ▶ pro $\pi = 0,2$ je podobně síla testu rovna 18,9 %

příklad: síla testu

- ▶ **síla testu** = pst, že hypotézu zamítneme, když ona neplatí
- ▶ při 100 hodech hypotézu na 5% hladině zamítáme, je-li $Y \geq 24$
- ▶ necht' je ve skutečnosti $\pi = 1/4$, pak hypotézu zamítneme (výsledek pokusu padne do kritického oboru) s pstí

$$P(Y \geq 24) = \sum_{k=24}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{100-k} = 0,629$$

- ▶ pro $\pi = 0,25$ je tedy síla testu 62,9 %
- ▶ pro $\pi = 0,3$ je podobně síla testu rovna 92,4 %
- ▶ pro $\pi = 0,2$ je podobně síla testu rovna 18,9 %

příklad: síla testu

- ▶ **síla testu** = pst, že hypotézu zamítneme, když ona neplatí
- ▶ při 100 hodech hypotézu na 5% hladině zamítáme, je-li $Y \geq 24$
- ▶ necht' je ve skutečnosti $\pi = 1/4$, pak hypotézu zamítneme (výsledek pokusu padne do kritického oboru) s pstí

$$P(Y \geq 24) = \sum_{k=24}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{100-k} = 0,629$$

- ▶ pro $\pi = 0,25$ je tedy síla testu 62,9 %
- ▶ pro $\pi = 0,3$ je podobně síla testu rovna 92,4 %
- ▶ pro $\pi = 0,2$ je podobně síla testu rovna 18,9 %

příklad: síla testu

- ▶ **síla testu** = pst, že hypotézu zamítneme, když ona neplatí
- ▶ při 100 hodech hypotézu na 5% hladině zamítáme, je-li $Y \geq 24$
- ▶ necht' je ve skutečnosti $\pi = 1/4$, pak hypotézu zamítneme (výsledek pokusu padne do kritického oboru) s pstí

$$P(Y \geq 24) = \sum_{k=24}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{100-k} = 0,629$$

- ▶ pro $\pi = 0,25$ je tedy síla testu 62,9 %
- ▶ pro $\pi = 0,3$ je podobně síla testu rovna 92,4 %
- ▶ pro $\pi = 0,2$ je podobně síla testu rovna 18,9 %

příklad: síla testu

- ▶ **síla testu** = pst, že hypotézu zamítneme, když ona neplatí
- ▶ při 100 hodech hypotézu na 5% hladině zamítáme, je-li $Y \geq 24$
- ▶ necht' je ve skutečnosti $\pi = 1/4$, pak hypotézu zamítneme (výsledek pokusu padne do kritického oboru) s pstí

$$P(Y \geq 24) = \sum_{k=24}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{100-k} = 0,629$$

- ▶ pro $\pi = 0,25$ je tedy síla testu 62,9 %
- ▶ pro $\pi = 0,3$ je podobně síla testu rovna 92,4 %
- ▶ pro $\pi = 0,2$ je podobně síla testu rovna 18,9 %

příklad: síla testu

- ▶ **síla testu** = pst, že hypotézu zamítneme, když ona neplatí
- ▶ při 100 hodech hypotézu na 5% hladině zamítáme, je-li $Y \geq 24$
- ▶ necht' je ve skutečnosti $\pi = 1/4$, pak hypotézu zamítneme (výsledek pokusu padne do kritického oboru) s pstí

$$P(Y \geq 24) = \sum_{k=24}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(1 - \frac{1}{4}\right)^{100-k} = 0,629$$

- ▶ pro $\pi = 0,25$ je tedy síla testu 62,9 %
- ▶ pro $\pi = 0,3$ je podobně síla testu rovna 92,4 %
- ▶ pro $\pi = 0,2$ je podobně síla testu rovna 18,9 %

rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ **p -hodnota** p je nejmenší α , při kterém H_0 z daných dat ještě zamítáme
- ▶ p -hodnota p je za platnosti H_0 spočítaná *pravděpodobnost* výsledků stejně nebo *méně příznivých* pro H_0
- ▶ H_0 zamítáme právě tehdy, když je $p \leq \alpha$
- ▶ p -hodnotu počítají moderní počítačové programy
- ▶ existují úlohy, kdy se rozhoduje pouze podle p -hodnoty (např. Fisherův exaktní test ve čtyřpolní tabulce)
- ▶ statistické rozhodování:
spočítat k T odpovídající p -hodnotu a porovnat ji s α

rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ p -**hodnota** p je nejmenší α , při kterém H_0 z daných dat ještě zamítáme
- ▶ p -hodnota p je za platnosti H_0 spočítaná *pravděpodobnost* výsledků stejně nebo *méně příznivých* pro H_0
- ▶ H_0 zamítáme právě tehdy, když je $p \leq \alpha$
- ▶ p -hodnotu počítají moderní počítačové programy
- ▶ existují úlohy, kdy se rozhoduje pouze podle p -hodnoty (např. Fisherův exaktní test ve čtyřpolní tabulce)
- ▶ statistické rozhodování:
spočítat k T odpovídající p -hodnotu a porovnat ji s α

rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ p -**hodnota** p je nejmenší α , při kterém H_0 z daných dat ještě zamítáme
- ▶ p -hodnota p je za platnosti H_0 spočítaná *pravděpodobnost* výsledků stejně nebo *méně příznivých* pro H_0
- ▶ H_0 zamítáme právě tehdy, když je $p \leq \alpha$
- ▶ p -hodnotu počítají moderní počítačové programy
- ▶ existují úlohy, kdy se rozhoduje pouze podle p -hodnoty (např. Fisherův exaktní test ve čtyřpolní tabulce)
- ▶ statistické rozhodování:
spočítat k T odpovídající p -hodnotu a porovnat ji s α

rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ p -hodnota p je nejmenší α , při kterém H_0 z daných dat ještě zamítáme
- ▶ p -hodnota p je za platnosti H_0 spočítaná *pravděpodobnost* výsledků stejně nebo *méně příznivých* pro H_0
- ▶ H_0 zamítáme právě tehdy, když je $p \leq \alpha$
- ▶ p -hodnotu počítají moderní počítačové programy
- ▶ existují úlohy, kdy se rozhoduje pouze podle p -hodnoty (např. Fisherův exaktní test ve čtyřpolní tabulce)
- ▶ statistické rozhodování:
spočítat k T odpovídající p -hodnotu a porovnat ji s α

rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ p -**hodnota** p je nejmenší α , při kterém H_0 z daných dat ještě zamítáme
- ▶ p -hodnota p je za platnosti H_0 spočítaná *pravděpodobnost* výsledků stejně nebo *méně příznivých* pro H_0
- ▶ H_0 zamítáme právě tehdy, když je $p \leq \alpha$
- ▶ p -hodnotu počítají moderní počítačové programy
- ▶ existují úlohy, kdy se rozhoduje pouze podle p -hodnoty (např. Fisherův exaktní test ve čtyřpolní tabulce)
- ▶ statistické rozhodování:
spočítat k T odpovídající p -hodnotu a porovnat ji s α

rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ p -**hodnota** p je nejmenší α , při kterém H_0 z daných dat ještě zamítáme
- ▶ p -hodnota p je za platnosti H_0 spočítaná *pravděpodobnost* výsledků stejně nebo *méně příznivých* pro H_0
- ▶ H_0 zamítáme právě tehdy, když je $p \leq \alpha$
- ▶ p -hodnotu počítají moderní počítačové programy
- ▶ existují úlohy, kdy se rozhoduje pouze podle p -hodnoty (např. Fisherův exaktní test ve čtyřpolní tabulce)
- ▶ statistické rozhodování:
spočítat k T odpovídající p -hodnotu a porovnat ji s α

příklad: rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ snažíme se prokázat, že šestka padá příliš často ($H_1 : \pi > 1/6$)
- ▶ kritický obor: $Y \geq y_0 = 24$
- ▶ padlo nám $Y = 17$, proto (pst binomického rozdělení)

$$p = P(Y \geq 17) = \sum_{k=17}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{100-k} = 0,506$$
$$= 1 - P(Y \leq 16) \quad [1-BINOMDIST(16;100;1/6;1)]$$

- ▶ protože $50,6\% > 5\%$, hypotézu nemůžeme na 5% hladině zamítnout, nemůžeme tvrdit, že pst šestky je větší než $1/6$
- ▶ neprokázali jsme však, že by hypotéza platila
- ▶ na kostce B: $p = P(Y \geq 41) = 1 - P(Y \leq 40) = 7,4 \cdot 10^{-9}$
[1-pbinom(40,100,1/6)]

příklad: rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ snažíme se prokázat, že šestka padá příliš často ($H_1 : \pi > 1/6$)
- ▶ kritický obor: $Y \geq y_0 = 24$
- ▶ padlo nám $Y = 17$, proto (psti binomického rozdělení)

$$p = P(Y \geq 17) = \sum_{k=17}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{100-k} = 0,506$$
$$= 1 - P(Y \leq 16) \quad [1-\text{BINOMDIST}(16;100;1/6;1)]$$

- ▶ protože $50,6\% > 5\%$, hypotézu nemůžeme na 5% hladině zamítnout, nemůžeme tvrdit, že pst šestky je větší než $1/6$
- ▶ neprokázali jsme však, že by hypotéza platila
- ▶ na kostce B: $p = P(Y \geq 41) = 1 - P(Y \leq 40) = 7,4 \cdot 10^{-9}$
[1-pbinom(40,100,1/6)]

příklad: rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ snažíme se prokázat, že šestka padá příliš často ($H_1 : \pi > 1/6$)
- ▶ kritický obor: $Y \geq y_0 = 24$
- ▶ padlo nám $Y = 17$, proto (p sti binomického rozdělení)

$$p = P(Y \geq 17) = \sum_{k=17}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{100-k} = 0,506$$
$$= 1 - P(Y \leq 16) \quad [1-\text{BINOMDIST}(16;100;1/6;1)]$$

- ▶ protože $50,6\% > 5\%$, hypotézu nemůžeme na 5% hladině zamítnout, nemůžeme tvrdit, že p st šestky je větší než $1/6$
- ▶ neprokázali jsme však, že by hypotéza platila
- ▶ na kostce B: $p = P(Y \geq 41) = 1 - P(Y \leq 40) = 7,4 \cdot 10^{-9}$
[1-pbinom(40,100,1/6)]

příklad: rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ snažíme se prokázat, že šestka padá příliš často ($H_1 : \pi > 1/6$)
- ▶ kritický obor: $Y \geq y_0 = 24$
- ▶ padlo nám $Y = 17$, proto (p stí binomického rozdělení)

$$p = P(Y \geq 17) = \sum_{k=17}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{100-k} = 0,506$$
$$= 1 - P(Y \leq 16) \quad [1-\text{BINOMDIST}(16;100;1/6;1)]$$

- ▶ protože $50,6\% > 5\%$, hypotézu nemůžeme na 5% hladině zamítnout, nemůžeme tvrdit, že p st šestky je větší než $1/6$
- ▶ neprokázali jsme však, že by hypotéza platila
- ▶ na kostce B: $p = P(Y \geq 41) = 1 - P(Y \leq 40) = 7,4 \cdot 10^{-9}$
[1-pbinom(40,100,1/6)]

příklad: rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ snažíme se prokázat, že šestka padá příliš často ($H_1 : \pi > 1/6$)
- ▶ kritický obor: $Y \geq y_0 = 24$
- ▶ padlo nám $Y = 17$, proto (pst binomického rozdělení)

$$p = P(Y \geq 17) = \sum_{k=17}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{100-k} = 0,506$$
$$= 1 - P(Y \leq 16) \quad [1-BINOMDIST(16;100;1/6;1)]$$

- ▶ protože $50,6\% > 5\%$, hypotézu nemůžeme na 5% hladině zamítnout, nemůžeme tvrdit, že pst šestky je větší než $1/6$
- ▶ neprokázali jsme však, že by hypotéza platila
- ▶ na kostce B: $p = P(Y \geq 41) = 1 - P(Y \leq 40) = 7,4 \cdot 10^{-9}$
[1-pbinom(40,100,1/6)]

příklad: rozhodování pomocí p -hodnoty

- ▶ snažíme se prokázat, že šestka padá příliš často ($H_1 : \pi > 1/6$)
- ▶ kritický obor: $Y \geq y_0 = 24$
- ▶ padlo nám $Y = 17$, proto (psti binomického rozdělení)

$$p = P(Y \geq 17) = \sum_{k=17}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{100-k} = 0,506$$
$$= 1 - P(Y \leq 16) \quad [1-\text{BINOMDIST}(16;100;1/6;1)]$$

- ▶ protože $50,6\% > 5\%$, hypotézu nemůžeme na 5% hladině zamítnout, nemůžeme tvrdit, že pst šestky je větší než $1/6$
- ▶ neprokázali jsme však, že by hypotéza platila
- ▶ na kostce B: $p = P(Y \geq 41) = 1 - P(Y \leq 40) = 7,4 \cdot 10^{-9}$
[1-pbinom(40,100,1/6)]

příklad: kostka a oboustranná alternativa

- ▶ chceme ověřit, zda je kostka v pořádku
- ▶ pokusíme se prokázat, že šestka padla příliš často nebo příliš zřídka (**oboustranná alternativa**)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) \neq 1/6 \quad (\pi \neq \pi_0)$
- ▶ *proti* hypotéze svědčí malé *nebo* velké hodnoty Y
- ▶ pst chyby 1. druhu α rozdělíme na dvě poloviny: $\alpha/2$ pro příliš malé Y , $\alpha/2$ příliš velké Y

příklad: kostka a oboustranná alternativa

- ▶ chceme ověřit, zda je kostka v pořádku
- ▶ pokusíme se prokázat, že šestka padla příliš často nebo příliš zřídka (**oboustranná alternativa**)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) \neq 1/6 \quad (\pi \neq \pi_0)$
- ▶ *proti* hypotéze svědčí malé *nebo* velké hodnoty Y
- ▶ pst chyby 1. druhu α rozdělíme na dvě poloviny: $\alpha/2$ pro příliš malé Y , $\alpha/2$ příliš velké Y

příklad: kostka a oboustranná alternativa

- ▶ chceme ověřit, zda je kostka v pořádku
- ▶ pokusíme se prokázat, že šestka padla příliš často nebo příliš zřídka (**oboustranná alternativa**)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) \neq 1/6 \quad (\pi \neq \pi_0)$
- ▶ *proti* hypotéze svědčí malé *nebo* velké hodnoty Y
- ▶ pst chyby 1. druhu α rozdělíme na dvě poloviny: $\alpha/2$ pro příliš malé Y , $\alpha/2$ příliš velké Y

příklad: kostka a oboustranná alternativa

- ▶ chceme ověřit, zda je kostka v pořádku
- ▶ pokusíme se prokázat, že šestka padla příliš často nebo příliš zřídka (**oboustranná alternativa**)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) \neq 1/6 \quad (\pi \neq \pi_0)$
- ▶ *proti* hypotéze svědčí malé *nebo* velké hodnoty Y
- ▶ pst chyby 1. druhu α rozdělíme na dvě poloviny: $\alpha/2$ pro příliš malé Y , $\alpha/2$ příliš velké Y

příklad: kostka a oboustranná alternativa

- ▶ chceme ověřit, zda je kostka v pořádku
- ▶ pokusíme se prokázat, že šestka padla příliš často nebo příliš zřídka (**oboustranná alternativa**)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) \neq 1/6 \quad (\pi \neq \pi_0)$
- ▶ *proti* hypotéze svědčí malé *nebo* velké hodnoty Y
- ▶ pst chyby 1. druhu α rozdělíme na dvě poloviny: $\alpha/2$ pro příliš malé Y , $\alpha/2$ příliš velké Y

příklad: kostka a oboustranná alternativa

- ▶ chceme ověřit, zda je kostka v pořádku
- ▶ pokusíme se prokázat, že šestka padla příliš často nebo příliš zřídka (**oboustranná alternativa**)
- ▶ $H_0 : P(\text{padne šestka}) = 1/6 \quad (\pi = \pi_0)$
- ▶ $H_1 : P(\text{padne šestka}) \neq 1/6 \quad (\pi \neq \pi_0)$
- ▶ *proti* hypotéze svědčí malé *nebo* velké hodnoty Y
- ▶ pst chyby 1. druhu α rozdělíme na dvě poloviny: $\alpha/2$ pro příliš malé Y , $\alpha/2$ příliš velké Y

příklad: kostka, oboustranná alternativa

| y_0 | 8 | 9 | 10 | ... | 24 | 25 | 26 |
|-----------------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| $P(Y \leq y_0)$ | 0,010 | 0,021 | 0,043 | ... | 0,978 | 0,988 | 0,994 |
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,996 | 0,990 | 0,979 | ... | 0,038 | 0,022 | 0,012 |
| $P(Y = y_0)$ | 0,006 | 0,012 | 0,021 | ... | 0,016 | 0,010 | 0,006 |

- ▶ $\alpha/2 = 0,025$ ($\alpha/2 = 0,05$)
- ▶ H_0 zamítneme, když bude $Y \leq 9$ nebo když bude $Y \geq 25$
- ▶ skutečná pst chyby 1. druhu bude $0,021 + 0,022 = 0,043$
- ▶ $[pbinom(9,100,1/6)+(1-pbinom(24,100,1/6))]$
 $[BINOMDIST(9;100;1/6;1) + 1-BINOMDIST(24;100;1/6;1)]$
- ▶ hodnoty v rozmezí 10 až 24 (včetně mezí) nesvědčí proti H_0

příklad: kostka, oboustranná alternativa

| y_0 | 8 | 9 | 10 | ... | 24 | 25 | 26 |
|-----------------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| $P(Y \leq y_0)$ | 0,010 | 0,021 | 0,043 | ... | 0,978 | 0,988 | 0,994 |
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,996 | 0,990 | 0,979 | ... | 0,038 | 0,022 | 0,012 |
| $P(Y = y_0)$ | 0,006 | 0,012 | 0,021 | ... | 0,016 | 0,010 | 0,006 |

- ▶ $\alpha/2 = 0,025$ ($\alpha/2 = 0,05$)
- ▶ H_0 zamítneme, když bude $Y \leq 9$ nebo když bude $Y \geq 25$
- ▶ skutečná pst chyby 1. druhu bude $0,021 + 0,022 = 0,043$
- ▶ $[pbinom(9,100,1/6)+(1-pbinom(24,100,1/6))]$
 $[BINOMDIST(9;100;1/6;1) + 1-BINOMDIST(24;100;1/6;1)]$
- ▶ hodnoty v rozmezí 10 až 24 (včetně mezí) nesvědčí proti H_0

příklad: kostka, oboustranná alternativa

| y_0 | 8 | 9 | 10 | ... | 24 | 25 | 26 |
|-----------------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| $P(Y \leq y_0)$ | 0,010 | 0,021 | 0,043 | ... | 0,978 | 0,988 | 0,994 |
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,996 | 0,990 | 0,979 | ... | 0,038 | 0,022 | 0,012 |
| $P(Y = y_0)$ | 0,006 | 0,012 | 0,021 | ... | 0,016 | 0,010 | 0,006 |

- ▶ $\alpha/2 = 0,025$ ($\alpha/2 = 0,05$)
- ▶ H_0 zamítneme, když bude $Y \leq 9$ nebo když bude $Y \geq 25$
- ▶ skutečná pst chyby 1. druhu bude $0,021 + 0,022 = 0,043$
- ▶ $[pbinom(9,100,1/6)+(1-pbinom(24,100,1/6))]$
 $[BINOMDIST(9;100;1/6;1) + 1-BINOMDIST(24;100;1/6;1)]$
- ▶ hodnoty v rozmezí 10 až 24 (včetně mezí) nesvědčí proti H_0

příklad: kostka, oboustranná alternativa

| y_0 | 8 | 9 | 10 | ... | 24 | 25 | 26 |
|-----------------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| $P(Y \leq y_0)$ | 0,010 | 0,021 | 0,043 | ... | 0,978 | 0,988 | 0,994 |
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,996 | 0,990 | 0,979 | ... | 0,038 | 0,022 | 0,012 |
| $P(Y = y_0)$ | 0,006 | 0,012 | 0,021 | ... | 0,016 | 0,010 | 0,006 |

- ▶ $\alpha/2 = 0,025$ ($\alpha/2 = 0,05$)
- ▶ H_0 zamítneme, když bude $Y \leq 9$ nebo když bude $Y \geq 25$
- ▶ skutečná pst chyby 1. druhu bude $0,021 + 0,022 = 0,043$
- ▶ $[pbinom(9,100,1/6)+(1-pbinom(24,100,1/6))]$
 $[BINOMDIST(9;100;1/6;1)$
 $+ 1-BINOMDIST(24;100;1/6;1)]$
- ▶ hodnoty v rozmezí 10 až 24 (včetně mezí) nesvědčí proti H_0

příklad: kostka, oboustranná alternativa

| y_0 | 8 | 9 | 10 | ... | 24 | 25 | 26 |
|-----------------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|
| $P(Y \leq y_0)$ | 0,010 | 0,021 | 0,043 | ... | 0,978 | 0,988 | 0,994 |
| $P(Y \geq y_0)$ | 0,996 | 0,990 | 0,979 | ... | 0,038 | 0,022 | 0,012 |
| $P(Y = y_0)$ | 0,006 | 0,012 | 0,021 | ... | 0,016 | 0,010 | 0,006 |

- ▶ $\alpha/2 = 0,025$ ($\alpha/2 = 0,05$)
- ▶ H_0 zamítneme, když bude $Y \leq 9$ nebo když bude $Y \geq 25$
- ▶ skutečná pst chyby 1. druhu bude $0,021 + 0,022 = 0,043$
- ▶ $[pbinom(9,100,1/6)+(1-pbinom(24,100,1/6))]$
 $[BINOMDIST(9;100;1/6;1)$
 $+ 1-BINOMDIST(24;100;1/6;1)]$
- ▶ hodnoty v rozmezí 10 až 24 (včetně mezí) nesvědčí proti H_0

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ pro $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ pro $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ pro $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ pro $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ pro $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)

oboustranná alternativa (přibližně)

- ▶ $H_0 : \pi = \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) = 1/6$
- ▶ $H_1 : \pi \neq \pi_0$, např. $P(\text{padne šestka}) \neq 1/6$
- ▶ proti alternativě svědčí Y hodně daleko od $\mu_Y = n\pi_0$ (počítáme za platnosti hypotézy), tj. rel. četnost $f = Y/n$ daleko od π_0
- ▶ zavedeme

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} \sqrt{n}$$

- ▶ hypotézu zamítneme, bude-li Z daleko od nuly: $|Z| \geq z(\alpha/2)$
- ▶ pro $\alpha = 5\%$ zamítáme hypotézu, je-li $|Z| \geq 1,96$
- ▶ $z_A = 0,089$ (nezamítneme), $y_B = 6,529$ (zamítneme)