

Zdravotnický výzkum 1

V populaci o rozsahu n osob je m mužů a z žen.

HIV pozitivních je m_A mužů a z_A žen.

S jakou pravděpodobností je náhodně vybraná osoba HIV pozitivní ?

Náhodný pokus: výběr 1 osoby.

Elementární jevy lze ztotožnit s osobami v populaci.

Zavedme **náhodné jevy**:

A ... náhodně vybraná osoba je **HIV pozitivní**,

M ... náhodně vybraná osoba je **muž**,

Z ... náhodně vybraná osoba je **žena**.

Pak máme:

$$P(A) = P(A \cap M) + P(A \cap Z) = \frac{m_A}{n} + \frac{z_A}{n} =$$

$$\frac{m_A}{m} \frac{m}{n} + \frac{z_A}{z} \frac{z}{n} = P(A|M)P(M) + P(A|Z)P(Z).$$

Pravděpodobnost průniku $P(A \cap M) = \frac{m_A}{n} \dots$

pravděpodobnost, že **náhodně vybraná osoba je HIV pozitivní muž**.

Podmíněná pravděpodobnost $P(A|M) = \frac{m_A}{m} \dots$

pravděpodobnost, že **náhodně vybraný muž je HIV pozitivní**.

Zdravotnický výzkum 2

Test na Covid 19 dá

pozitivní výsledek u nemocné osoby s pravděpodobností 0.999 a

pozitivní výsledek u zdravé osoby s pravděpodobností 0.01.

Odhadujeme, že **Covid 19 má 10% populace.**

Jaká je

pravděpodobnost, že osoba s pozitivním testem je skutečně nemocná,

a pravděpodobnost, že osoba s negativním testem je skutečně zdravá ?

Zavedme **náhodné jevy:**

A ... osoba má Covid 19,

+ ... osoba má pozitivní test,

- ... osoba má negativní test.

Pak máme:

$$P(A|+) = \frac{P(A \cap +)}{P(+)} = \frac{P(+|A)P(A)}{P(+|A)P(A) + P(+|A^C)P(A^C)} = \frac{0.999 \times 0.1}{0.999 \times 0.1 + 0.01 \times 0.9} = 0.92.$$

Dále

$$P(-|A^C) = 1 - P(+|A^C) = 1 - 0.01 = 0.99,$$

$$P(-|A) = 1 - P(+|A) = 1 - 0.999 = 0.001,$$

a tedy

$$P(A^C|-) = \frac{P(A^C \cap -)}{P(-)} = \frac{P(-|A^C)P(A^C)}{P(-|A^C)P(A^C) + P(-|A)P(A)} = \frac{0.99 \times 0.9}{0.99 \times 0.9 + 0.001 \times 0.1} = 0.999.$$

Označme:

n_{00} ... počet nemocných Covidem 19, kteří mají pozitivní test,

n_{01} ... počet nemocných Covidem 19, kteří mají negativní test,

n_{10} ... počet zdravých (bez Covidu 19), kteří mají pozitivní test,

n_{11} ... počet zdravých (bez Covidu 19), kteří mají negativní test.

Charakteristiky testu:

senzitivita = $n_{00} / (n_{00} + n_{01})$... **podíl pozitivních mezi nemocnými,**

je to odhad pro $P(+|A)$, v našem případě 0.999,

specificita = $n_{11} / (n_{10} + n_{11})$... **podíl negativních mezi zdravými,**

je to odhad pro $P(-|A^C)$, v našem případě 0.99,

pozitivní prediktivní hodnota = $n_{00} / (n_{00} + n_{10})$...

... **podíl nemocných mezi pozitivními,**

je to odhad pro $P(A|+)$, v našem případě 0.92,

negativní prediktivní hodnota = $n_{11} / (n_{01} + n_{11})$...

... **podíl zdravých mezi negativními,**

je to odhad pro $P(A^C|-)$, v našem případě 0.999.

