Kvantily

Distribuční funkce $F(x) = P(X \leq x)$ je neklesající a zprava spojitá.

Zřejmě platí

$P(X \leq x) = P(X < x) + P(X = x)$, přičemž

$P(X \leq x)$ je hodnota distribuční funkce F v bodě x,

$P(X < x)$ je limita zleva distribuční funkce F v bodě x,

$P(X = x)$ je skok distribuční funkce F v bodě x.

α-kvantil je bod, který splňuje podmínky

(i) $P[X \leq q_X(\alpha)] \geq \alpha$,

(ii) $P[X \geq q_X(\alpha)] \geq 1 - \alpha$.

U spojitých náhodných veličin je **distribuční funkce** $F(x)$ **hladká** (oboustranně spojitá v každém bodě), nemá skoky a pro všechna reálná x platí $P(X = x) = 0$.

Inverze F^{-1} **k distribuční funkci** F **je kvantilová funkce** a

α-kvantil je hodnota kvantilové funkce v bodě α, tedy $F^{-1}(\alpha)$.

Platí $P[X \leq q_X(\alpha)] = F[F^{-1}(\alpha)] = \alpha$, $P[X > q_X(\alpha)] = 1 - \alpha$, čímž jsou splněny podmínky (i) a (ii).

α-kvantil $q_X(\alpha)$ je takový bod, že náhodná veličina

X nabude s pravděpodobností α hodnoty pod ním

a s pravděpodobností $1 - \alpha$ hodnoty nad ním.

α-kvantil je jednoznačně určen.

U diskrétních náhodných veličin je distribuční funkce

$F(x)$ po částech konstantní a má skoky v bodech x_i o velikosti $p_i = P(X = x_i), i = 1, 2, \ldots$

(i) znamená, že hodnota distribuční funkce v bodě $q_X(\alpha)$ je $\geq \alpha$.

(ii) lze přepsat ve tvaru $P[X < q_X(\alpha)] = 1 - P[X \geq q_X(\alpha)] \leq \alpha$,

tedy limita zleva distribuční funkce v bodě $q_X(\alpha)$ je $\leq \alpha$.

α-kvantil $q_X(\alpha)$ je takový bod, že v něm

hodnota distribuční funkce je $\geq \alpha$ a

limita distribuční funkce zleva je $\leq \alpha$.

α-kvantil není jednoznačně určen.