Rovnoměrné diskrétní rozdělení

Náhodná veličina X nabývá n hodnot s pravděpodobnostmi $\frac{1}{n}$.

Jsou- li hodnoty $1,2,\dots,n$, je $P(X=k)=\frac{1}{n}$, $k=1,\dots,n, EX=\frac{n+1}{2}$, $var\ X=\frac{n^2-1}{12}$.

Například: pro $n = 6$ modeluje X počet ok při hodu kostkou.

Alternativní a binomické rozdělení

Uvažujme sérii n nezávislých pokusů s možnými výsledky úspěch (1) s pravděpodobností p , neúspěch (0) s pravděpodobností $1-p$ v každém pokusu.

i-tý pokus modeluje náh. veličina X_i, která má *alternativní rozdělení* s parametrem $0 < p < 1$, to znamená

$$P(X_i=1)=p\ ,\ P(X_i=0)=1-p,\ EX_i=p\ , var\ X_i=1-p\ , i=1,\dots,n.$$

Počet úspěchů v n pokusech modeluje náhodná veličina $X=\sum_{i=1}^{n}X_i$, která má

binomické rozdělení s parametry $n \geq 1$ a $0 < p < 1$, to znamená

$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}, k=0,1,\dots,n, EX=np\ , var\ X=np(1-p).$$

Negativně binomické rozdělení

Náhodná veličina X má *negativně binomické rozdělení* s parametry $r \geq 1$ a $0 < p < 1$, jestliže

nabývá hodnot 0, 1, 2, ... s pravděpodobnostmi

$$P(X=k)=\binom{r+k-1}{k}p^r(1-p)^k\ .$$

X modeluje počet neúspěchů před dosažením r-tého úspěchu v sérii n nezávislých pokusů

s možným výsledkem úspěch s pravděpodobností p , neúspěch s pravděpodobností $1-p$.

Platí: $EX=r\ \frac{1-p}{p}$, $var\ X=r\ \frac{1-p}{p^2}$.

Pro $r = 1$ dostáváme *geometrické rozdělení* s parametrem $0 < p < 1$, které modeluje dobu čekání na 1. úspěch (počet neúspěchů před 1. úspěchem), to znamená

$$P(X=k)=p(1-p)^k, EX=\frac{1-p}{p}\ , var\ X=\frac{1-p}{p^2}.$$

Poissonovo rozdělení

vznikne limitním přechodem z binomického rozdělení, když $n \to \infty, p \to 0$ a to tak, že součin $np = \lambda$ je konstatní. Pak

$\lim \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, k = 0,1,2, \ldots$, kde e je Eulerovo číslo, $EX = \lambda, var\ X = \lambda$.

Náhodná veličina X modeluje počet událostí stejného typu v daném časovém, délkovém aj. intervalu.

Například:

Lékař ví, že průměrná doba mezi příchody 2 pacientů je 15 minut. Střední počet příchodů za 15 minut je tedy 1, střední počet příchodů za 20 minut je $\frac{4}{3}$. Počet příchozích pacientů během 20 minut má Poissonovo rozdělení s parametrem $\lambda = \frac{4}{3}$ a pravděpodobnost, že během 20 min. nepřijde žádný pacient je $P(X = 0) = \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda} = e^{-\frac{4}{3}} = 0{,}26$.

Hypergeometrické rozdělení

Náhodná veličina X má *hypergeometrické rozdělení*, jestliže nabývá celočíselných hodnot

s pravděpodobnostmi

$$P(X = k) = \frac{\binom{A}{k}\binom{N-A}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \max(0, A + n - N) \leqq k \leqq \min(A, n).$$

X modeluje počet předmětů typu 0 ve vzorku o rozsahu n, který náhodně vybereme ze sady N předmětů typu 0 a 1.

Například:

N =1000 výrobků exportovaných v bedně,

0 ... zmetek, 1... dobrý výrobek,

průměrně v bedně A = 3 zmetky,

při kontrole kvality náhodně vybíráme z každé bedny n = 10 výrobků.

Platí: $EX = \frac{nA}{N}$, $var\ X = \frac{nA(N-A)}{N^2}\left(1 - \frac{n-1}{N-1}\right)$.