

CVIČENÍ Z ÚVODU DO TEORIE GRUP

13. THE BEST OF ...

13.1 (1.3(b)). Spočítejte množiny $\text{End}(\mathbb{Z}_n)$, $\text{Aut}(\mathbb{Z}_n)$, $\text{Inn}(\mathbb{Z}_n)$.

13.2 (3.2). Definujme podgrupu $A = \bigcup_n A_n$ grupy $S(\mathbb{N})$, kde A_n chápeme jako podgrupy $S(\mathbb{N})$. Dokažte, že je grupa A nekonečná jednoduchá.

13.3 (4.3). Je-li $\varphi : \mathbb{Z}_2 \rightarrow \text{Aut}(\mathbb{Z}_n)$ zobrazení dané předpisem

$$\varphi_k(a) = \varphi(k)(a) = (-1)^k a,$$

dokažte, že $D_{2n} \cong \mathbb{Z}_n \rtimes_{\varphi} \mathbb{Z}_2$.

13.4 (7.1). Najděte všechny Sylowovy podgrupy grupy (a) \mathbb{Z}_{120} (b) S_3 .

13.5 (8.1). Popište (až na izomorfismus) všechny grupy řádu
(a) 33, (b) 35, (c) 21, (d) 55.

13.6 (9.1). Popište (až na izomorfismus) všechny abelovské grupy řádu
(a) 8, (b) 12, (c) 96.

13.7 (10.5). Spočítejte všechny kompoziční řady symetrických grup S_n pro všechna $n \geq 5$.

13.8 (11.3). Najděte nějakou prezentaci grupy \mathbb{Z}^2 .

13.9 (12.2(c)). Nechť $F(x, y)$ je volná grupa o dvou generátorech a n buď přirozené. Ověřte, že existuje $N \trianglelefteq F(x, y)$, pro kterou $F(x, y)/N \cong S_n$.