Domácí úlohy z Úvodu do teorie grup
2020/21

Budou zadány 4 série domácích úkolů každá za 25 bodů. Na získání zápočtu bude třeba získat 50 bodů za 100 možných.

Všechna svá tvrzení pečlivě odůvodňujte, tvrzení z přednášek i cvičení používejte bez důkazu (ale s jasným odkazem). Řešení v pdf odevzdávejte do SIS.

4. série (do 22.12., 22:00)

4.1. Popište až na izomorfismus všechny grupy řádu 105.

6 bodů

4.2. Popište až na izomorfismus všechny abelovské grupy řádů 24, 25, 26 a 27 a pro každý řád rozhodněte, zda existuje nekomutativní grupa daného řádu.

6 bodů

4.3. Najděte všechny kompoziční řady grupy (a) S_4, (b) D_{12}, (c) $\mathbb{Z}_{24}$.

6 bodů

4.4. Nechť $\mathcal{F}_i$ je volná abelovská grupa s volnou bází B_i pro $i = 1, 2$. Dokažte, že $\mathcal{F}_1 \cong \mathcal{F}_2$, právě když $|B_1| = |B_2|$
Hint: Ukažte pro nějaké prvočíslo p, že $H = \{g^p \mid g \in F_i\}$ je podgrupa $\mathcal{F}_i$, F_i/H je vektorový prostor nad $\mathbb{F}_p$ a $\{bH \mid b \in B_i\}$ je jeho báze. Pak využijte lineární algebru.

7 bodů