

Zkoušený dostane dvě otázky z následujícího seznamu. U první, teoretické otázky jsou uvedena čísla tvrzení, na něž míří, druhá otázka sestává z dvou úloh ze seznamu a může být číselně modifikována.

## 1. TEORETICKÉ OTÁZKY

**1.1.** Pojem vzdálenosti a nosnosti kódu. Singletonův odhad. MDS-kódy a jejich netriviální příklady: zobecněné Reed-Solomonovy kódy. Duální kódy k lineárním MDS-kódům. (1.5, 3.2)

**1.2.** Lineární kódy, generující a kontrolní matice. Standardní tvar generující matice. Vzdálenost lineárního kódu a váha, určení vzdálenost kódu z proěřkové matice. Samoduální kódy, dvojnásobně sudé kódy a postačující podmínka linearity. (2.3, 4.4)

**1.3.** Lineární MDS-kódy, jejich charakterizace pomocí generující matice. Nutné podmínky pro parametry MDS-kódů. (3.2, 3.3, 3.4)

**1.4.** Lineární cyklické kódy, jejich popis jako ideálů okruhu  $\mathbb{F}[x]_n$  a jako množiny  $\mathcal{C}(f)$ . Generující a kontrolní matice lineárního cyklického kódu. (5.3, formulace 5.4)

**1.5.** Reziduální kódy. Reed -Solomonovy a BCH-kódy. Reziduální kódy MDS kódů a konstrukce BCH-kódů o zaručené vzdálenosti. (6.4, 6.5)

**1.6.** Hammingova nerovnost a perfektní kódy. Schopnost kódu opravit chybu, netriviální příklady perfektních kódů. Entropická funkce a odhad velikosti binární koule. (1.3, 2.4, 11.3)

**1.7.** Kódování informačního zdroje, prosté a prefixové kódování. Existence prefixového kódů s danými délkami kódových slov (Kraftova věta). Shannonovo-Fanovo kódování a Huffmanovo kódování. (9.5)

**1.8.** Entropie informačního zdroje. Průměrná délka slova, kódování bloky a První Shannonova věta. Existence optimálního kódování, příklad: Huffmanovo kódování. (9.7, 9.10)

**1.9.** Kapacita a vzájemná informace informačního kanálu. Binární symetrický kanál. Slabý zákon velkých čísel a jeho důsledky. Idea důkazu Shannonovy Hlavní věty teorie informace. (11.2, 11.4)

**1.10.** Slabý zákon velkých čísel a jeho důsledky. Průměrná pravděpodobnost chyby de-kódování. Idea důkazu Inverzní Shannonovy věty. (11.2, 11.5)

**1.11.** Parametry 2-(n,k,l)-designů. Charakterizace a příklady symetrických designů. (12.4)

**1.12.** Existence a jednoznačnost lineárního samoduálního  $[24, 12, 8]_2$ -kódu a permutační ekvivalence jeho propíchnutí. (13.3)

**1.13.** Jednoznačnost  $[24, 12, 8]_2$ -kódu a 3-perfektního binárního kódu délky 23. (13.5, 13.6)

**1.14.** Okruhy booleovských funkcí a booleovských polynomů a jejich vztahy. Reed-Mullerovy kódy, jejich konstrukce, pomocí booleovských polynomů. Dimenze a vzdálenost RM-kódu. Idea kódování a de-kódování pomocí RM-kódů. (14.2, 14.5)

## 2. APLIKAČNÍ ÚLOHY

Každá aplikační otázka sestává z dvou úloh z následujícího seznamu (konkrétní hodnoty budou měněny):

**2.1.** Určete všechny parametry a nějakou generující matici lineárního binárního kódu s

kontrolní maticí 
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**2.2.** Určete nějakou generující a nějakou kontrolní matici Hammingova  $[7, 4, 3]_2$ -kódu. Najděte nějaké slovo délky 7, které v kódu neleží a opravte ho na kódové.

**2.3.** Určete nějakou kontrolní matici Hammingova  $[15, 11, 3]_2$ -kódu. Najděte nějaké slovo délky 15, které v kódu neleží a opravte ho na kódové.

**2.4.** Známe-li ireducibilní rozklad  $x^7 - 1 = (x + 1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)$  v oboru  $\mathbb{F}_2[x]$ , popište všechny binární cyklické kódy délky 7 a dimenze 4.

**2.5.** Známe-li ireducibilní rozklad  $x^7 - 1 = (x + 1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)$  v oboru  $\mathbb{F}_2[x]$ , najděte generující a kontrolní matici kódu  $\mathcal{C}(x^3 + x^2 + 1)$ .

**2.6.** Určete nějakou kontrolní matici 1-perfektního kódu délky 13 a dimenze 10.

**2.7.** Najděte (například pomocí Hammingova  $[15, 11, 3]_2$ -kódu) nějaký 2- $(15, 3, 1)$ -design a určete všechny jeho parametry.

**2.8.** Je-li lineární binární MDS-kód  $\mathcal{C}$  délky  $n$  a dimenze  $k$ , určete parametry propíchnutí kódu  $\mathcal{C}$  v  $i$  souřadnicích pro každé  $i < n - k + 1$ .

**2.9.** Najděte generující matici nějakého lineárního MDS kódu s parametry  $[6, 2]$ .

**2.10.** Najděte kontrolní matici nějakého lineárního MDS kódu s parametry  $[5, 4]$ .

**2.11.** Určete parametry binárního BCH-kódu určeného RS kódem s parametry  $[7, 4, 4]_8$ .

**2.12.** Sestrojte pro dané  $k$  generující a kontrolní matici lineárního MDS-kódu dimenze  $k$ .

**2.13.** Pro zdroj  $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , s pravděpodobnostmi  $p_0 = p_1 = \frac{1}{16}$ ,  $p_2 = \frac{1}{8}$ ,  $p_3 = \frac{1}{4}$ ,  $p_4 = \frac{1}{2}$  spočítejte binární entropii zdroje  $S$  a najděte binární Shannon-Fanovo kódování zdroje  $S$  a jeho průměrnou délku.

**2.14.** Pro zdroj  $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , s pravděpodobnostmi  $p_0 = p_1 = \frac{1}{16}$ ,  $p_2 = \frac{1}{8}$ ,  $p_3 = \frac{1}{4}$ ,  $p_4 = \frac{1}{2}$  spočítejte binární entropii zdroje  $S$  a najděte binární Huffmanovo kódování zdroje  $S$  a jeho průměrnou délku.

**2.15.** Pro zdroj  $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , s pravděpodobnostmi  $p_0 = p_1 = \frac{1}{16}$ ,  $p_2 = \frac{1}{8}$ ,  $p_3 = \frac{1}{4}$ ,  $p_4 = \frac{1}{2}$  určete ternární entropii zdroje  $S$  a najděte ternární Shannon-Fanovo kódování zdroje  $S$ .

**2.16.** Pro zdroj  $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , s pravděpodobnostmi  $p_0 = p_1 = \frac{1}{16}$ ,  $p_2 = \frac{1}{8}$ ,  $p_3 = \frac{1}{4}$ ,  $p_4 = \frac{1}{2}$  spočítejte ternární entropii zdroje  $S$  a najděte ternární Huffmanovo kódování zdroje  $S$  a jeho průměrnou délku.

**2.17.** Rozhodněte, zda je matice 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
 incidenční maticí nějakého

designu a případně určete jeho parametry.

**2.18.** Najděte nějaký 2-(7, 3, 1)-design.

**2.19.** Sestrojte generující matici binárního Reed-Mullerova kódu  $\mathcal{R}(4, 2)$  a určete jeho parametry.

**2.20.** Sestrojte generující matici binárního Reed-Mullerova kódu  $\mathcal{R}(4, 1)$  a určete jeho parametry.