

Volterrův princip ve vybraných modelech systémů "dravec-kořist"

Alexandra Havelková

18.3.2020

Osnova

- 1 Úvod
- 2 Teorie
- 3 Otázky a hypotézy

Motivace: Moře, Volterra a další zajímavosti

- Za doby první světové války došlo k výraznému snížení míry rybolovu ve středozezemním moři
- Podle statistik se změnil nejen objem ryb v moři, ale hlavně se změnil poměr počtu dravých ryb ku jejich kořistem
- Celkem - zlepšilo se životní prostředí a to vedlo k relativnímu nárůstu populace dravců . . .
- . . . ale proč? Tím se zabýval matematik Vito Volterra

Úvodní definice

Definice

Obyčejnou diferenciální rovnicí rozumíme rovnici typu $x' = f(x, t)$, kde $\Omega \subset \mathbb{R}^{n+1}$ je otevřená množina, $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ je spojitá funkce a $x(t)$ je vhodná funkce

Definice

Řešením obyčejné diferenciální rovnice rozumíme (x, I) , kde I je interval, $x : I \rightarrow \mathbb{R}^n$ a na I platí $(x(t), t) \in \Omega$, $x'(t)$ existuje a je vlastní a $x'(t) = f(x(t), t)$

System dravec-kořist



$$x' = rx - sxy$$

$$y' = pxy - uy \quad (1)$$

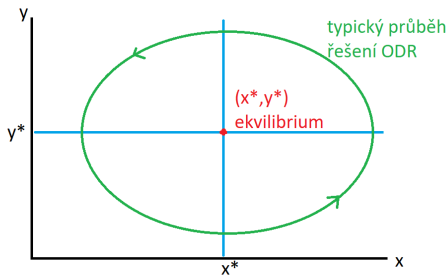
- Nejjednodušší model popisující závislosti změn populace kořistí x a populace dravců y na velikosti těchto populací a konstantách
- Populace kořistí roste v závislosti na kladné konstantě reprodukce r a v přítomnosti dravců klesá poměrně v závislosti na konstantě nasycení dravce s
- Populace dravců klesá v závislosti na konstantě úmrtnosti u a v přítomnosti kořistí (potravy) roste poměrně v závislosti na míře reprodukce dravců p

System dravec-kořist

Definice

Ekvilibrium systému je dvojice (x^*, y^*) taková, že dvojice funkcí $x(t)=x^*$, $y(t)=y^*$ $\forall t$ je triviálním řešením soustavy rovnic (1)

- Jinými slovy, pro hodnoty x^* , y^* se velikost populací nemění



Volterrova intervence

- Volterrova intervence je způsob reprezentace zhoršení (zlepšení) životního prostředí pro daný model
- V našem jednoduchém modelu vypadá takhle:
-

$$\begin{aligned}x' &= (r - \epsilon)x - sxy \\ y' &= pxy - (u + \delta)y\end{aligned}\tag{2}$$

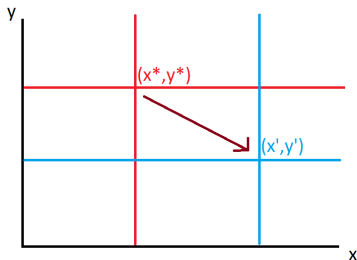
- konstanta reprodukce kořistí se zmenší o kladné ϵ a konstanta úmrtnosti dravců se zvětší o kladné δ
- Otázka interakcí (konstanty s a p) zůstaly nezměněné, došlo ale ke snížení reprodukce kořistí a zvýšení úmrtnosti dravců

Volterrův princip

- Pro systém rovnic (1) platí tzv. Volterrův princip.

Definice

Nechť dvojice (x^*, y^*) je ekvilibrium systému (1) a dvojice (x', y') je ekvilibrium tohoto systému po Volterrově intervenci (tj. je ekvilibrium systému (2)). Pak řekneme, že systém (1) splňuje **Volterrův princip**, pokud platí $\frac{y^*}{x^*} > \frac{y'}{x'}$



Co by mohlo a nemohlo platit? Co budeme zkoumat?

- Jak interpretovat změnu životního prostředí v jednotlivých modelech?
- Platí Volterrův princip obecně?
- Platí jen ve vybraných modelech?
- Jak budou vypadat nutné a postačující podmínky pro platnost Volterrova principu?

Zdroje

Räz, Tim (2016) The Volterra Principle Generalized. [Preprint]
URL: <http://philsci-archive.pitt.edu/id/eprint/12442> (accessed 2020-03-18).

Děkuji za pozornost.