

- (1) V okruhu polynomů $\mathbb{R}[x]$ uvažujme ideály $I = (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$, $J = (x^2 + 2x - 3)$. Spočítejte generátory ideálů $I + J$, IJ , $I \cap J$, $I + J^2$, \sqrt{I} , \sqrt{J} , \sqrt{IJ} .
3 body
- (2) Najděte $x \in \mathbf{Z}_{360}$, aby $x \equiv 4 \pmod{5}$, $x \equiv 2 \pmod{8}$ a $x \equiv 6 \pmod{9}$.
3 body
- (3) Spočítejte generátor odmocniny ideálu $\sqrt{(x^4 - 4x^2 + 4)\mathbf{Q}[x]}$ okruhu racionálních polynomů $\mathbf{Q}[x]$. Jedná se o prvoideál?
- (4) Napište modul $\mathbf{Z}_{18} \times \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}_{60}$ nad okruhem celých čísel \mathbf{Z} a) jako direktní sumu nerozložitelných modulů b) jako direktní sumu modulů $\mathbf{Z}/(s_i)$ pro ideály $(s_i) \supseteq (s_{i+1})$.
4 body
- (5) Ve volném \mathbf{Z} -modulu \mathbf{Z}^2 mějme prvky $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ a $b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Určete obsahy obou prvků a popište strukturu a velikost torzní části modulů $\mathbf{Z}^2/(\mathbf{Z}a)$, $\mathbf{Z}^2/(\mathbf{Z}b)$ a $\mathbf{Z}^2/(\mathbf{Z}a + \mathbf{Z}b)$. Je modul $\mathbf{Z}a + \mathbf{Z}b$ volný?
4 body
- (6) Spočítejte normu a stopu prvku $3 + 2i$ rozšíření $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$. Najděte všechny prvky tělesa \mathbb{C} s normou 5 a stopou -2 .
3 body

K úspěšnému napsání zápočtové písemky je třeba získat aspoň 10 bodů.