SOUSTAVY LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

Řešte soustavu $y' = \mathbb{A}y$ s počáteční podmínkou $y(0) = (1,1,1)^T$.

1. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

2. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

3. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

4. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Nalezněte všechna maximální řešení soustav s počáteční podmínkou.

5.

$$\begin{aligned} x' &= -x + y - 2e^{-t} \\ y' &= -6x + 4y - 4e^{-t} \\ x(0) &= y(0) = 0 \end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned} x' &= x + y + e^t \sin t \\ y' &= -x + y \\ x(0) &= y(0) = 0 \end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned} x' &= x + y + z + t \\ y' &= -x + y + 2t \\ z' &= x + z + 3t \\ x(0) &= y(0) = z(0) = 0 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} x' &= y + te^{2t} \\ y' &= -4x + 4y - e^{2t} \\ z' &= -2x + y + 2z + 3e^{2t} \\ x(0) &= y(0) = z(0) = 0 \end{aligned}$$

VÝSLEDKY

1. $y(t) = \left(e^t \cos t, \frac{1}{2}e^t \sin t + \frac{1}{2}e^t \cos t + \frac{1}{2}e^{4t}, -\frac{1}{2}e^t \sin t + \frac{1}{2}e^t \cos t + \frac{1}{2}e^{4t}\right)^T,\ t \in \mathbf{R}$

2. $y(t) = \left(e^{2t}(-t+1), e^{2t}(-2t+1), e^{2t}(-t+1)\right)^T,\ t \in \mathbf{R}$

3. $y(t) = \left(e^{3t}, \frac{1}{2}e^{3t}(-t^2+2), -\frac{1}{2}e^{3t}(-t^2-2t-2)\right)^T,\ t \in \mathbf{R}$

4. $y(t) = \left(-te^t + e^t, -te^t + e^t, e^t\right)^T, t \in \mathbf{R}$

5. $x(t) = -e^t + e^{-t}, y(t) = -2e^t + 2e^{-t},\ t \in \mathbf{R}$

6. $x(t) = \frac{1}{2}e^t t \sin t, y(t) = -\frac{1}{2}e^t \sin t + \frac{1}{2}e^t t \cos t,\ t \in \mathbf{R}$

7. $x(t) = -9e^t + 5e^t t + 4t + 9, y(t) = 9e^t t - \frac{5}{2}t^2 e^t + 11 + 2t - 11e^t, z(t) = 16e^t - 16 - 7t + \frac{5}{2}t^2 e^t - 9e^t t,\ t \in \mathbf{R}$

8. $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 e^{2t}, y(t) = (-\frac{2}{3}t^2 - t - 1)te^{2t}, z(t) = (-\frac{1}{3}t^2 - \frac{1}{2} + 3)te^{2t},\ t \in \mathbf{R}$