# Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 2

**LS 2019-20**

**Písemka číslo 1, 18. 6. 2020**

## Teoretická část

**1.** Napište definici konvergentní řady.

(10 bodů)

**2.** Napište větu o Cauchyově odmocninovém kritériu a dokažte ji (Věta 7.5).

(10 + 18 bodů)

**3.** Napište znění lemmatu o regularitě fundamentální matice (Lemma 10.6) a dokažte ho.

(10 + 12 bodů)

## Početní část

**1.** Napište Taylorův polynom $T_4^{f,0}$, kde

$$f(x) = \cos(\sin x)$$

a spočtěte limitu

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - 1 + \frac{1}{2}x^2}{x^4}.$$

(20 bodů)

**2.** Určete, pro která $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ je následující řada konvergentní.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + n^{\alpha}}{\sqrt{n} + n^{\beta}}$$

(20 bodů)

**3.** Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = (1 + y^2) \operatorname{tg} x$$

splňující počáteční pdomínku $y(0) = 0$. (20 bodů)

# Výsledky úloh

**1.** $T_4^{f,0}(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4;\qquad \frac{5}{24}$

**2.** Řada konverguje, právě když $(1 < \alpha + 1 < \beta) \vee (\beta > 1 \wedge \alpha \leq 0)$.

**3.** $y(x) = \operatorname{tg}\bigl(-\log(\cos(x))\bigr),\ x \in \bigl(\arccos(e^{-\pi/2}), \arccos(e^{-\pi/2})\bigr)$.