

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 1

ZS 2019-20

Písemka číslo 3, 6. 2. 2020

1. Spočtěte limitu posloupnosti pro $a, b \in \mathbb{R}, a > 0, b > 0$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{2n+a} - \sqrt[3]{2n+b} \right) \cdot \sqrt[3]{(n+1)(3n+2)}$$

(15 bodů)

2. Spočtěte limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{1+x} - 3\sqrt[3]{1+x} + \cos x}{1 - \cos x}$$

(15 bodů)

3. Uvažujte funkci

$$f(x) = \begin{cases} (\sin x) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sin x}\right), & x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}; \\ 0, & x \in \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}. \end{cases}$$

Spočtěte první derivaci i jednostranné první derivace funkce f ve všech bodech, kde existují. Určete body, kde tyto derivace neexistují.

(15 bodů)

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \sqrt{|\sin x|} \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right).$$

(a) Nalezněte body maxima a minima funkce f , pokud existují.

(b) Určete obor hodnot funkce f .

(c) Existuje otevřený interval I obsahující bod $\frac{\pi}{2}$, na kterém je funkce f konvexní?

(15 bodů)