

Zadání písemné zkoušky z Matematické analýzy 1

ZS 2019-20

Písemka číslo 2, 30. 1. 2020

1. Spočtěte limitu posloupnosti.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \log(2^n + 5^n) \cdot \left(\sqrt[3]{\sqrt{n^3} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{n^3} + 1} \right)$$

(15 bodů)

2. Spočtěte limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(2+x)^x + (3+x)^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

(15 bodů)

3. Uvažujte funkci

$$f(x) = (\sin(x+1))^2 \cdot \operatorname{sgn}(x^2 + 4x + 3).$$

Spočtěte první derivaci i jednostranné první derivace funkce f ve všech bodech, kde existují. Určete body, kde tyto derivace neexistují.

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = e^{x + \frac{1}{x}}.$$

- Nalezněte maximum a minimum funkce f .
- Určete obor hodnot funkce f .
- Rozhodněte, zda je funkce f na intervalu $(0, 1)$ konvexní.

(15 bodů)