

# Matematická analýza 2a, ZS 2009-10

## Klíčové pojmy z minulých semestrů

- supremum a infimum
- limita posloupnosti
- limita funkce
- konvergentní řada
- spojitost funkce v bodě
- derivace funkce v bodě
- primitivní funkce
- metrický prostor a metrika
- otevřená a uzavřená množina
- konvergentní posloupnost v metrickém prostoru
- kompaktní množina

## Definice

K = klíčový pojem; neznalost některého z klíčových pojmů bude mít za následek ukončení zkoušky se známkou „neprospěl(a)“.

K spojitost funkce v bodě vzhledem k množině

- izolovaný bod

K limita zobrazení v bodě vzhledem k množině

- homeomorfismus
- homeomorfní prostory
- spojitě zobrazení na množině
- hromadný bod
- derivace množiny

K parciální derivace

K totální diferenciál funkce

- derivace funkce podle vektoru
- gradient funkce

K derivace zobrazení

- norma lineárního zobrazení
- konvexní množina
- lipschitzovské zobrazení
- funkce a zobrazení třídy  $C^p$
- $p$ -lineární zobrazení
- norma  $p$ -lineárního zobrazení
- derivace  $p$ -tého řádu
- Taylorův polynom
- extrém funkce
- difeomorfismus

- regulární zobrazení

K bodová konvergence

K stejnoměrná konvergence

- lokálně stejnoměrná konvergence
- stejnoměrná cauchyovskost
- podprostor metrického prostoru
- cauchyovská posloupnost

K úplný prostor

- hustá množina
- řídká množina
- množina 1. kategorie
- množina 2. kategorie
- residuální množina
- pevný bod
- kontrakce
- separabilní prostor
- báze otevřených množin
- $\varepsilon$ -sít

K totálně omezený prostor a množina

- obojetná množina

K souvislý prostor a množina

## Věty

T = důkaz věty je za 15 bodů

### Metrické prostory I (dokončení)

- charakterizace spojitosti (Věta 11.7)
- T Heineova věta (Věta 11.8)
- T spojitost složeného zobrazení v bodě (Věta 11.9)
- spojitost složeného zobrazení (Věta 11.10)
- T limita složeného zobrazení (Věta 11.11)

### Funkce více proměnných

- totální diferenciál a parciální derivace (Věta 12.1)
  - totální diferenciál a spojitost (Věta 12.2)
- T slabá Lagrangeova věta (Věta 12.3)
- T totální diferenciál a spojitě parciální derivace (Věta 12.4)
- gradient a derivace ve směru (Věta 12.5)
  - reprezentace derivace (Věta 12.6)
  - derivace a spojitost (Věta 12.7)
- T derivace a spojitě parciální derivace (Věta 12.8)

- T derivace složeného zobrazení (Věta 12.11)
  - řetízkové pravidlo (Věta 12.12)
  - věta o přírůstku funkce (Věta 12.13)
  - věta o přírůstku vektorové funkce (Věta 12.14)
  - skládání hladkých funkcí (Věta 12.15)
- T záměnnost derivací druhého řádu (Věta 12.16)
- T záměnnost derivací (Věta 12.17)
- T derivace a parciální derivace  $p$ -tého řádu (Věta 12.19)
- T symetrie  $p$ -té derivace (Důsledek 12.20)
- T funkce třídy  $C^p$  a derivace (Věta 12.21)
  - Lagrangeův tvar zbytku (Věta 12.22)
  - Peanův tvar zbytku (Věta 12.23)
- T věta o implicitně zadané funkci (Věta 12.24)
- T věta o implicitně zadaných funkcích (Věta 12.25)
- T existence extrémů na kompaktu (Věta 12.26)
  - nutná podmínka existence extrému (Věta 12.27)
- T postačující podmínky druhého řádu (Věta 12.28)
- T Lagrangeova věta o multipliktorech (Věta 12.29)
- T věta o lokálním difeomorfismu (Věta 12.30)
  - difeomorfismus a regulární zobrazení (Věta 12.31)

### Stejněměrná konvergence

- ekvivalentní podmínka stejnoměrné konvergence (Věta 13.1)
- T Moore-Osgoodova věta (Věta 13.2)
  - stejnoměrná konvergence a spojitost (Věta 13.3)
- T stejnoměrná konvergence a lokálně stejnoměrná konvergence (Věta 13.4)
  - lemma o stejnoměrné cauchyovskosti (Lemma 13.5)
- T stejnoměrná konvergence a derivace (Věta 13.6)
- T stejnoměrná konvergence a integrál (Věta 13.7)
- T Diniho věta (Věta 13.8)
- T Weierstassova věta (Věta 13.9)
  - Weierstrassovo kritérium (Věta 13.10)
  - záměna sumy a derivace (Věta 13.11)
  - záměna sumy a integrálu (Věta 13.12)
- T Abelovo kritérium (Věta 13.13)
- T Dirichletovo kritérium (Věta 13.14)
- T mocninné řady a stejnoměrná konvergence (Věta 13.15)
- T Abelova věta o limitě mocninné řady (Věta 13.16)
- T Abelova věta (Věta 8.7)

## Metrické prostory II

- relativně otevřená množina (Věta 14.1)
- uzavřenost a úplnost (Věta 14.2)
- T Cantorův princip (Věta 14.3)
- T Baireova věta (Věta 14.4)
- T Banachova věta o kontrakci (Věta 14.5)
- separabilita a báze (Věta 14.6)
- separabilita podprostoru (Důsledek 14.7)
- vlastnosti totálně omezeného prostoru (Věta 14.8)
- T charakterizace kompaktnosti (Věta 14.9)
- kompaktnost a separabilita (Věta 14.10)
- T kompaktnost a otevřená pokrytí (Věta 14.11)
- spojitý obraz kompaktu (Věta 14.12)
- kompaktnost a homeomorfismus (Věta 14.13)
- T souvislé podmnožiny  $\mathbf{R}$  (Věta 14.15)
- vlastnosti souvislých množin (Věta 14.16)
- spojitý obraz souvislého prostoru (Věta 14.17)