Počítání složitosti množin

Téma bakalářské práce

Nechť X je metrický prostor. Pro každé přirozené číslo n definujeme systémy množin $\mathbf{\Sigma}^0_n(X)$ a $\mathbf{\Pi}^0_n(X)$ induktivně takto:

$$\mathbf{\Sigma}^0_1(X) = \{U \subset X;\ U \text{ je otevřená množina}\},$$
$$\mathbf{\Pi}^0_n(X) = \{A \subset X;\ X \setminus A \in \mathbf{\Sigma}^0_n(X)\},$$
$$\mathbf{\Sigma}^0_n(X) = \left\{ \bigcup_{j=1}^{\infty} A_j;\ A_j \in \mathbf{\Pi}^0_{n-1}(X) \text{ pro } j \in \omega \right\}, \qquad n > 1.$$

Dostáváme tak postupně systémy množin: $\mathbf{\Sigma}^0_1(X)$ (otevřené), $\mathbf{\Pi}^0_1(X)$ (uzavřené), $\mathbf{\Sigma}^0_2(X)$ (množiny typu F_σ), $\mathbf{\Pi}^0_2(X)$ (množiny typu G_δ), $\dots$ Pokud je jistá množina A například v systému $\mathbf{\Sigma}^0_n(X)$ a není v žádném systému $\mathbf{\Sigma}^0_j(X)$, $\mathbf{\Pi}^0_j(X)$, $j < n$, pak jde o jisté vyjádření složitosti množiny A.

Cílem práce je porozumět uvedené hierarchii množin a pro konkrétní množiny (např. pro podmnožiny prostoru spojitých funkcí nebo pro podmnožiny prostoru kompaktních množin) určit jejich složitost. Téma je možné zpracovat např. podle [1].

Reference

[1] Alexander S. Kechris. *Classical descriptive set theory*, volume 156 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 1995.