Písemná zkouška z Matematiky IV pro FSV (A)
LS 2005/2006

Příklad A1. Najděte všechna maximální řešení rovnice (15 bodů)

$$y' = xy(y+2).$$

Příklad A2. Najděte všechna maximální řešení rovnice (10 bodů)

$$xy' + (1+x)y = e^x.$$

Příklad A3. Najděte všechna maximální řešení rovnice (15 bodů)

$$y^{(4)} - 2y''' + y'' - 4y' - 2y = \cos\sqrt{2}x + \sin 2x,$$

víte-li, že funkce $y = \frac{2}{7}\cos\sqrt{2}x$ řeší příslušnou homogenní rovnici.

Příklad A4. Načrtněte graf maximálních řešení rovnice (10 bodů)

$$y' = \frac{(y-1)^2(y-2)\sqrt[3]{y-2}}{(y-5)^2\log(3-y)}$$

a určete všechny body $\mathbb{R}^2$, kterými prochází nějaké neklesající maximální řešení.

Příklad A5. Najděte všechna maximální řešení soustavy (10 bodů)

$$x' = y + \sin t,$$
$$y' = -x + \cos t.$$

Řešení písemné zkoušky z Matematiky IV pro FSV (A)
LS 2005/2006

Příklad A1. Maximální řešení jsou singulární řešení $y \equiv 0$ na $\mathbb{R}$ a $y \equiv -2$ na $\mathbb{R}$ a dále funkce

$$y = \frac{2}{1 + e^{x^2 - C}} - 2$$

na $\mathbb{R}$ pro $C \in \mathbb{R}$ a

$$y = \frac{2}{1 - e^{x^2 - C}} - 2$$

na intervalech $(-\sqrt{C}, \sqrt{C})$, $(-\infty, -\sqrt{C})$, $(\sqrt{C}, \infty)$ pro $C \geq 0$ a na $\mathbb{R}$ pro $C < 0$.

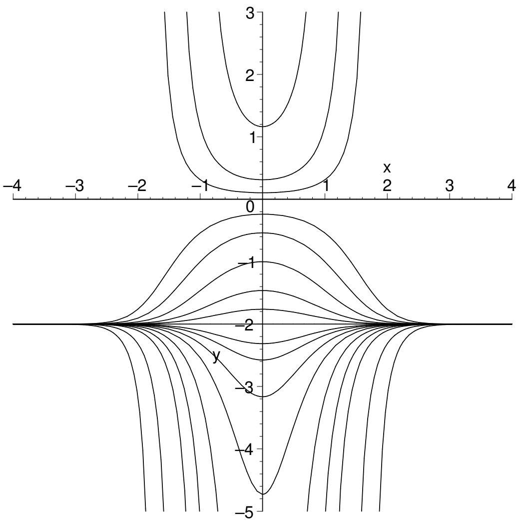
Příklad A2. Maximální řešení jsou funkce $y = \frac{e^x - Ce^{-x}}{2x}$ na intervalech $(-\infty, 0)$ a $(0, \infty)$ pro $C \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ a funkce $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2x}$, $y(0) = 1$, na $\mathbb{R}$.

Příklad A3. Maximální řešení jsou funkce $y = \frac{1}{17} x \cos \sqrt{2}x - \frac{3\sqrt{2}}{68} x \sin \sqrt{2}x - \frac{2}{41} \cos 2x + \frac{5}{82} \sin 2x + C_1 \cos \sqrt{2}x + C_2 \sin \sqrt{2}x + C_3 e^{(1+\sqrt{2})x} + C_4 e^{(1-\sqrt{2})x}$ na $\mathbb{R}$, kde $C_1, C_2, C_3, C_4 \in \mathbb{R}$.

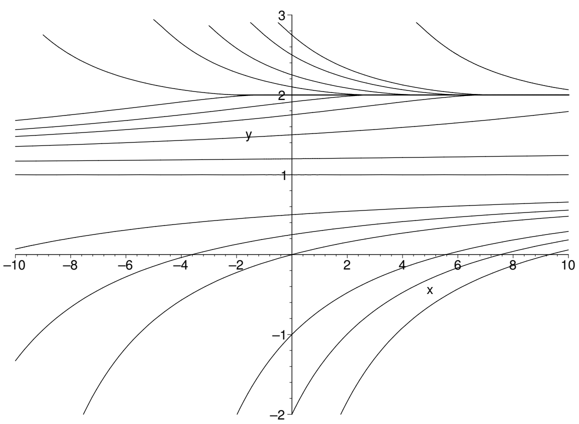
Příklad A4. Rovnice má jedno stacionární řešení $y \equiv 1$ na $\mathbb{R}$. Řešení y s hodnotami v intervalu $(-\infty, 1)$ jsou rostoucí a jsou definována na intervalu typu (T, ∞), $T \in \mathbb{R}$. Řešení s hodnotami v intervalu $(1, 2)$ jsou rostoucí a jsou definována na intervalu typu $(-\infty, T)$, $T \in \mathbb{R}$. Řešení s hodnotami v intervalu $(2, 3)$ jsou klesající a jsou definována na omezených intervalech. V posledních dvou případech jsou ve všech (konečných) krajních bodech příslušné jednostranné derivace rovny 0.

Množina bodů, kterými prochází nějaké neklesající maximální řešení je $(-\infty, \infty) \times (-\infty, 2)$.

Příklad A5. Maximální řešení jsou funkce $x = t \sin t - A \cos t + B \sin t$, $y = t \cos t + A \sin t + B \cos t$ na $\mathbb{R}$, kde $A, B \in \mathbb{R}$.



Příklad A1.



Příklad A4.

Písemná zkouška z Matematiky IV pro FSV (B)
LS 2005/2006

Příklad B1. Najděte všechna maximální řešení rovnice (15 bodů)

$$y' \sin x = 2y \log y.$$

Příklad B2. Najděte všechna maximální řešení rovnice (10 bodů)

$$x^2 e^x y' = x(2-x) - e^x(2xy + \sin x).$$

Příklad B3. Najděte všechna maximální řešení rovnice (15 bodů)

$$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = \frac{e^x}{\sin x}.$$

Příklad B4. Načrtněte graf maximálních řešení rovnice (10 bodů)

$$y' = \operatorname{tg} \sqrt{y}$$

a určete všechny body $\mathbb{R}^2$, kterými procházejí alespoň tři různá maximální řešení.

Příklad B5. Najděte všechna maximální řešení soustavy (10 bodů)

$$\begin{aligned} x' &= x + y + z, \\ y' &= 2y + z, \\ z' &= 2x + 2y + 2z. \end{aligned}$$

Pro které body $y_0 \in \mathbb{R}^3$ je řešení splňující $y(0) = y_0$ omezené?

Řešení písemné zkoušky z Matematiky IV pro FSV (B)
LS 2005/2006

Příklad B1. Označme
$$z_C(x) = e^{C(\operatorname{tg}\frac{x}{2})^2} = e^{C\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}.$$
Maximální řešení je singulární řešení $y \equiv 1$ na $\mathbb{R}$ a dále funkce
$$y(x) = \begin{cases} 1 \text{ pro } x \in (-\infty, 2k\pi] \\ z_C(x) \text{ pro } x \in (2k\pi, \pi + 2k\pi) \end{cases}, \tag{1}$$
$$y(x) = \begin{cases} z_C(x) \text{ pro } x \in (-\pi + 2k\pi, 2k\pi) \\ 1 \text{ pro } x \in [2k\pi, \infty) \end{cases}, \tag{2}$$
$$y(x) = \begin{cases} z_C(x) \text{ pro } x \in (-\pi + 2k\pi, 2k\pi) \\ 1 \text{ pro } x \in [2k\pi, 2l\pi] \\ z_D(x) \text{ pro } x \in (2l\pi, \pi + 2l\pi) \end{cases}, \tag{3}$$
kde $C, D \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ a $k, l \in \mathbb{Z}$, $k \le l$.

Příklad B2. Maximální řešení jsou funkce $y = \frac{\cos x - C}{x^2} + e^{-x}$ na intervalech $(-\infty, 0)$ a $(0, \infty)$ pro $C \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ a funkce $y = \frac{\cos x - 1}{x^2} + e^{-x}$, $y(0) = \frac{1}{2}$, na $\mathbb{R}$.

Příklad B3. Maximální řešení jsou funkce $y = e^x \left(C_1 + \log\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + \sin x(C_2 - x) + \cos x(C_3 - \log|\sin x|)\right)$ na $(k\pi, (k+1)\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$, kde $C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}$.

Příklad B4. Rovnice má nekonečně mnoho stacionárních řešení $y \equiv k^2\pi^2$ na $\mathbb{R}$, kde $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

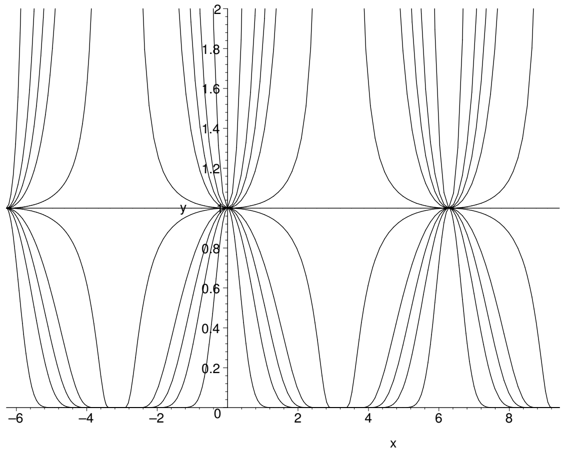
Maximální řešení y s hodnotami v intervalech $(k^2\pi^2, (\frac{\pi}{2} + k\pi)^2)$, $k \in \mathbb{N}$, jsou rostoucí a jsou definována na intervalu typu $(-\infty, T)$, $T \in \mathbb{R}$. Platí $y'_-(T) = +\infty$.

Maximální řešení y s hodnotami v intervalech $((\frac{\pi}{2} + k\pi)^2, (k+1)^2\pi^2)$, $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, jsou klesající a jsou definována na intervalu typu $(-\infty, T)$, $T \in \mathbb{R}$. Platí $y'_-(T) = -\infty$.

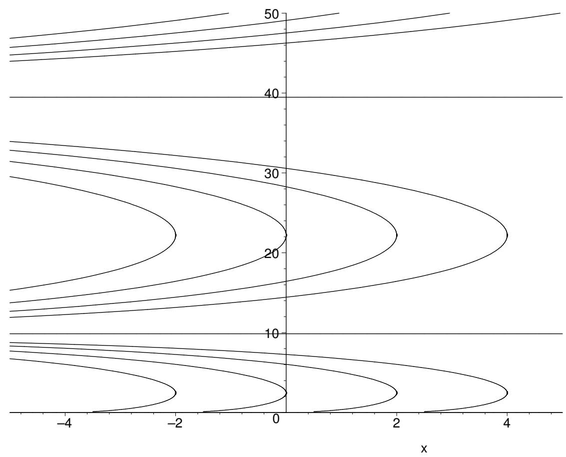
Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $[0, \frac{\pi^2}{4})$, jsou definována na intervalu typu $(-\infty, B)$ a jsou slepena ze stacionárního řešení a rostoucího řešení definovaného na omezeném intervalu (A, B), $A, B \in \mathbb{R}$.

Množina bodů, kterými prochází alespoň tři různá maximální řešení je $\{[x, y] :\ y = 0, x \in \mathbb{R}\}$.

Příklad B5. Maximální řešení jsou funkce $x(t) = -\frac{A}{2} + \frac{B}{2}e^t + \frac{C}{2}e^{4t}$, $y(t) = -\frac{A}{2} - Be^t + \frac{C}{2}e^{4t}$ a $z(t) = A + Be^t + Ce^{4t}$ na $\mathbb{R}$, kde $A, B, C \in \mathbb{R}$. Hledané body jsou body tvaru $[-\frac{A}{2}, -\frac{A}{2}, A]$, $A \in \mathbb{R}$.



Příklad B1.



Příklad B4.

Písemná zkouška z Matematiky IV pro FSV (C)
LS 2005/2006

Příklad C1. Najděte všechna maximální řešení rovnice (10 bodů)

$$y'(1+x^2) = 1 + y^2$$

a načrtněte jejich graf. Nalezněte množinu všech bodů v $\mathbb{R}^2$, kterými prochází nějaké ryze konvexní řešení této rovnice.

Příklad C2. Najděte všechna maximální řešení rovnice (15 bodů)

$$xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$$

a načrtněte jejich graf.

Příklad C3. Najděte všechna maximální řešení rovnice (15 bodů)

$$(1 + \log x)(x^3 y''' + xy' - y) = 2x.$$

Příklad C4. Popište průběh a načrtněte graf maximálních řešení rovnice (10 bodů)

$$y'(y+4) = \left(y - \frac{5}{2}\pi\right)\sqrt{y \sin y}.$$

Příklad C5. Najděte všechna maximální řešení soustavy (10 bodů)

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

Nalezněte množinu všech bodů v $\mathbb{R}^4$, kterými prochází nějaké omezené maximální řešení této soustavy.

Řešení písemné zkoušky z Matematiky IV pro FSV (C)
LS 2005/2006

Příklad C1. Maximální řešení je funkce $y = x$ na $\mathbb{R}$ a funkce $y = \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x + C)$ na $(-\infty, \operatorname{tg}(\frac{\pi}{2} - C))$ pro $0 < C < \pi$ a na $(\operatorname{tg}(-\frac{\pi}{2} - C), +\infty)$ pro $-\pi < C < 0$. Množina bodů, kterými prochází nějaké ryze konvexní řešení je $\{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ y > x\}$.

Příklad C2. Maximální řešení jsou všechna definována na $\mathbb{R}$ a jsou to funkce $y = x$, $y = -x$ a dále funkce

$$y = \begin{cases} -x & \text{pro } x \in (-\infty, e^{-\frac{\pi}{2}-C}] \\ x \sin(\log x + C) & \text{pro } x \in (e^{-\frac{\pi}{2}-C}, e^{\frac{\pi}{2}-C}) \\ x & \text{pro } x \in [e^{\frac{\pi}{2}-C}, +\infty) \end{cases},$$

$$y = \begin{cases} -x & \text{pro } x \in (-\infty, -e^{\frac{\pi}{2}+C}] \\ x \sin\left(\log(-\frac{1}{x}) + C\right) & \text{pro } x \in (-e^{\frac{\pi}{2}+C}, -e^{-\frac{\pi}{2}+C}) \\ x & \text{pro } x \in [-e^{-\frac{\pi}{2}+C}, +\infty) \end{cases},$$

kde $C \in \mathbb{R}$.

Příklad C3. Maximální řešení jsou funkce $y = x\left((1 + 2\log x + \log^2 x)\log|1 + \log x| + A + B\log x + C\log^2 x\right)$ na $(0, \frac{1}{e})$ a na $(\frac{1}{e}, +\infty)$, kde $A, B, C \in \mathbb{R}$.

Příklad C4. Rovnice má nekonečně mnoho stacionárních řešení $y \equiv k\pi$ na $\mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$, a $y \equiv \frac{5}{2}\pi$ na $\mathbb{R}$.

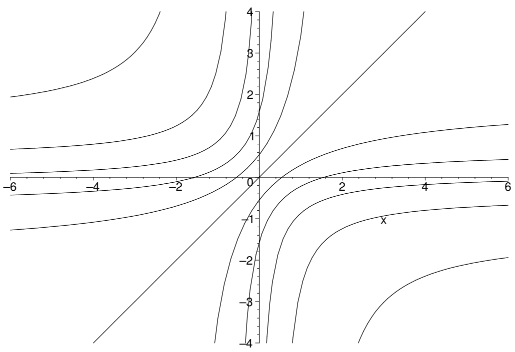
Maximální řešení y s hodnotami v intervalech $[-(2k+1)\pi, -2k\pi]$, $k \in \mathbb{N}$, jsou slepena ze stacionárních řešení a rostoucího řešení definovaného na omezeném intervalu (A, B), $A, B \in \mathbb{R}$.

Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $[-\pi, 0)$, jsou slepena z klesajícího řešení definovaného na intervalu typu $(-\infty, T)$, $T \in \mathbb{R}$, a stacionárního řešení $y \equiv -\pi$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(0, \pi]$, jsou slepena ze stacionárního řešení $y \equiv \pi$ a klesajícího řešení definovaného na intervalu typu $(T, +\infty)$, $T \in \mathbb{R}$.

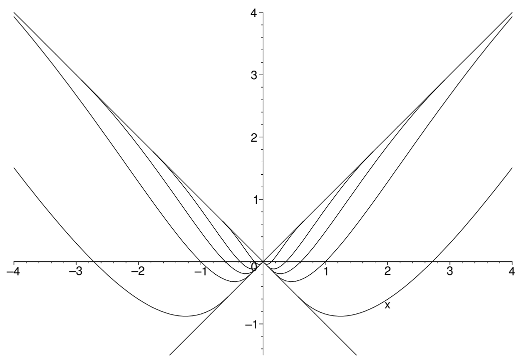
Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $[2\pi, \frac{5}{2}\pi)$, jsou slepena z klesajícího řešení definovaného na intervalu typu $(-\infty, T)$, $T \in \mathbb{R}$, a stacionárního řešení $y \equiv 2\pi$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(\frac{5}{2}\pi, 3\pi]$, jsou slepena z rostoucího řešení definovaného na intervalu typu $(-\infty, T)$, $T \in \mathbb{R}$, a stacionárního řešení $y \equiv 3\pi$.

Maximální řešení y s hodnotami v intervalech $[2k\pi, (2k+1)\pi]$, $k \in \mathbb{N}$, $k > 1$, jsou slepena ze stacionárních řešení a rostoucího řešení definovaného na omezeném intervalu (A, B), $A, B \in \mathbb{R}$.

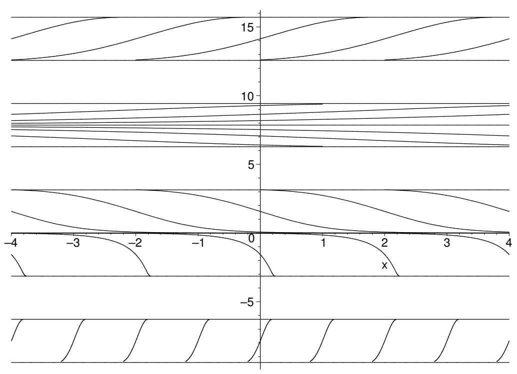
Příklad C5. Maximální řešení jsou funkce $x(t) = Ae^{4t} + B$, $y(t) = Ae^{4t} + C$, $z(t) = Ae^{4t} + D$ a $w(t) = Ae^{4t} - (B + C + D)$ na $\mathbb{R}$, kde $A, B, C, D \in \mathbb{R}$. Hledaná množina bodů je množina $\{[x, y, z, w] \in \mathbb{R}^4;\ x + y + z + w = 0\}$.



Příklad C1.



Příklad C2.



Příklad C4.

Písemná zkouška z Matematiky IV pro FSV (D)
LS 2005/2006

Příklad D1. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$2yy' = e^{-y^2} \sin x$$

a načrtněte jejich graf.

Příklad D2. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$x(x^2+1)y' + (2x^2+1)y = \sqrt{1+x^2}.$$

Příklad D3. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$y^{(4)} - 2y''' + y'' = \sin x + x \cos x.$$

Příklad D4. Popište průběh a načrtněte graf maximálních řešení rovnice (12 bodů)

$$y' = \arcsin(\sin \pi y) \sqrt{\left|\log\left(\tfrac{1}{2} + |y|\right)\right|}.$$

Příklad D5. Najděte všechna maximální řešení soustavy (12 bodů)

$$\begin{aligned} x' &= x + y + z, \\ y' &= x + 2z, \\ z' &= x + 2y. \end{aligned}$$

Řešení písemné zkoušky z Matematiky IV pro FSV (D)
LS 2005/2006

Příklad D1. Maximální řešení jsou funkce $y(x) = \pm\sqrt{\log(C - \cos x)}$ na $\mathbb{R}$ pro $C > 2$ a na intervalech $(\arccos(C - 1) + 2k\pi, 2\pi - \arccos(C - 1) + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$, pro $0 < C < 2$. Definujeme-li funkci

$$y = \begin{cases} g(x) = \sqrt{\log(2 - \cos x)} & \text{pro } x \in (4k\pi, 2\pi + 4k\pi],\ k \in \mathbb{Z} \\ g(x) = -\sqrt{\log(2 - \cos x)} & \text{pro } x \in (2\pi + 4k\pi, 4\pi + 4k\pi],\ k \in \mathbb{Z} \end{cases},$$

jsou dalšími maximálními řešeními na $\mathbb{R}$ funkce g a $-g$.

Příklad D2. Maximální řešení jsou funkce $y = \frac{x+C}{x\sqrt{1+x^2}}$ na intervalech $(-\infty, 0)$ a $(0, +\infty)$ pro $C \neq 0$ a dále funkce $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ na $\mathbb{R}$.

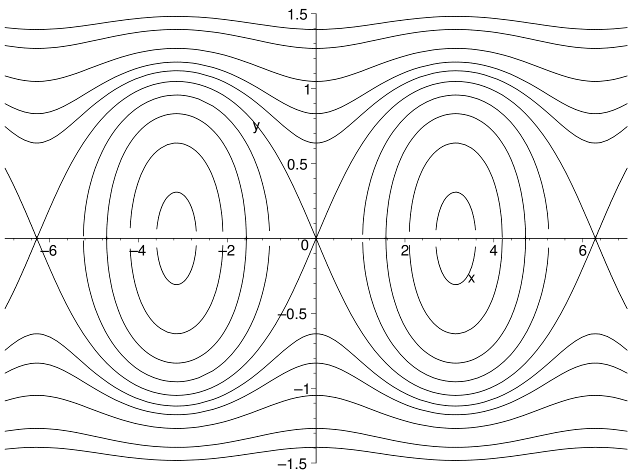
Příklad D3. Maximální řešení jsou funkce $y = \frac{x+1}{2}\sin x + \cos x + e^x(C_1 + C_2 x) + C_3 + C_4 x$ na $\mathbb{R}$, kde $C_1, C_2, C_3, C_4 \in \mathbb{R}$.

Příklad D4. Všechna maximální řešení jsou definována na $\mathbb{R}$. Rovnice má nekonečně mnoho stacionárních řešení $y \equiv k$, $k \in \mathbb{Z}$, a $y \equiv \pm\frac{1}{2}$.

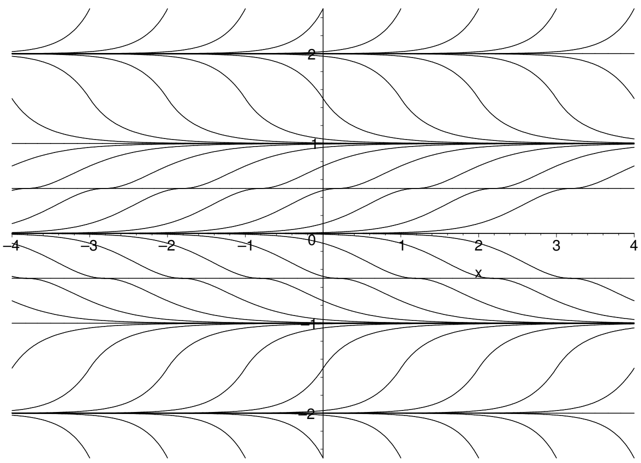
Maximální řešení y s hodnotami v intervalech $((2k - 1), 2k)$, $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, jsou klesající. Maximální řešení y s hodnotami v intervalech $(2k, (2k + 1))$, $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, jsou rostoucí.

Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(0, 1)$, jsou slepena z rostoucího řešení s hodnotami v $(0, \frac{1}{2})$, části stacionárního řešení $y = \frac{1}{2}$, a z rostoucího řešení s hodnotami v $(\frac{1}{2}, 1)$, případně pouze z libovolných dvou těchto částí. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(-1, 0)$, jsou slepena z klesajícího řešení s hodnotami v $(0, -\frac{1}{2})$, části stacionárního řešení $y = -\frac{1}{2}$, a z klesajícího řešení s hodnotami v $(-\frac{1}{2}, -1)$, případně pouze z libovolných dvou těchto částí.

Příklad D5. Maximální řešení jsou funkce $x(t) = Ae^{3t} - 2C$, $y(t) = Ae^{3t} - Be^{-2t} + C$ a $z(t) = Ae^{3t} + Be^{-2t} + C$ na $\mathbb{R}$, kde $A, B, C \in \mathbb{R}$.



Příklad D1.



Příklad D4.

Písemná zkouška z Matematiky IV pro FSV (E)
LS 2005/2006

Příklad E1. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$y' = y(1+y^2)\cos x$$

a načrtněte jejich graf.

Příklad E2. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$xy' = y(1 + \log y - \log x)$$

splňující počáteční podmínku $y(1) = y_0$. Pro jaká $y_0 \in \mathbb{R}$ jsou tato řešení omezená?

Příklad E3. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$x^3y''' + 4x^2y'' + 3xy' + y = \sin\log|x|\,.$$

Příklad E4. Popište průběh a načrtněte graf maximálních řešení rovnice (12 bodů)

$$y' = \frac{y(y-1)}{e^y \log|y|}.$$

Příklad E5. Najděte všechna maximální řešení soustavy (12 bodů)

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

Kterými body $[x, y, z] \in \mathbb{R}^3$ prochází nějaké omezené maximální řešení?

Řešení písemné zkoušky z Matematiky IV pro FSV (E)
LS 2005/2006

Příklad E1. Maximální řešení je stacionární řešení $y \equiv 0$ na $\mathbb{R}$ a dále

$$y = \pm\sqrt{\frac{1}{1 - e^{2(\sin x - C)}} - 1}$$

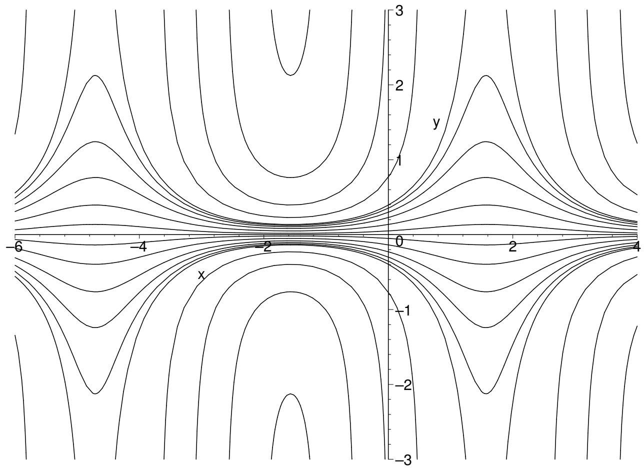
pro $C > 1$ na $\mathbb{R}$ a pro $-1 < C \le 1$ na $(-\pi - \arcsin C + 2k\pi, \arcsin C + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

Příklad E2. Maximální řešení s počáteční podmínkou $y(1) = y_0$ je $y = xe^{x \log y_0}$ na $(0, +\infty)$. Tato řešení jsou omezená pro $y_0 \in (0, 1)$.

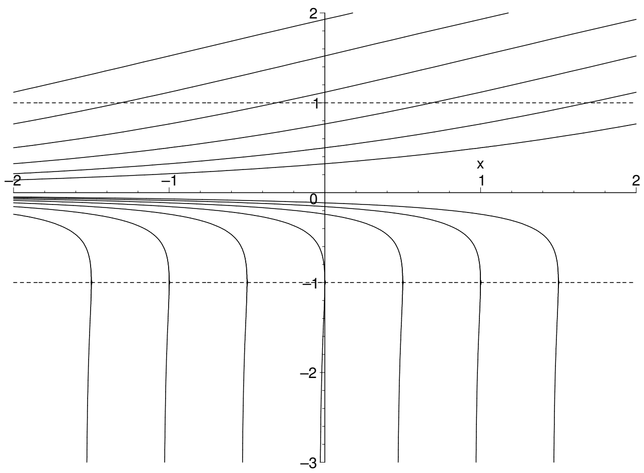
Příklad E3. Maximální řešení jsou funkce $y = \left(C_1 - \frac{\log|x|}{4}\right) \sin\log|x| + \left(C_2 - \frac{\log|x|}{4}\right) \cos\log|x| + \frac{C_3}{x}$ na $(-\infty, 0)$ a na $(0, +\infty)$, kde $C_1, C_2, C_3 \in \mathbb{R}$.

Příklad E4. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(-\infty, -1)$ jsou rostoucí, definována na omezených intervalech (A, B), $\lim_{x\to B-} y'(x) = +\infty$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(-1, 0)$ jsou klesající, definována na intervalech typu $(-\infty, T)$, $\lim_{x\to T-} y'(x) = -\infty$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(0, 1)$ jsou rostoucí, definována na intervalech typu $(-\infty, T)$, $\lim_{x\to T-} y'(x) = 1/e$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(1, +\infty)$ jsou rostoucí, definována na intervalech typu $(T, +\infty)$, $\lim_{x\to T+} y'(x) = 1/e$.

Příklad E5. Maximální řešení jsou funkce $x(t) = -A - 2B - Bt - Ce^{2t}$, $y(t) = B - 2Ce^{2t}$ a $z(t) = A + Bt + Ce^{2t}$ na $\mathbb{R}$, kde $A, B, C \in \mathbb{R}$. Množina bodů, kterými prochází nějaké omezené maximální řešení je $\{[-A, 0, A];\ A \in \mathbb{R}\}$.



Příklad E1.



Příklad E4.

Písemná zkouška z Matematiky IV pro FSV (F)
LS 2005/2006

Příklad F1. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$y' + yy' - 1 - x = 0$$

a načrtněte jejich graf.

Příklad F2. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$(2x+1)y' = 4x + 2y.$$

Příklad F3. Najděte všechna maximální řešení rovnice (12 bodů)

$$y''' + y' = \operatorname{tg} x.$$

Příklad F4. Popište průběh a načrtněte graf maximálních řešení rovnice (12 bodů)

$$y' = e^y \frac{y-1}{y+1} \sqrt[3]{\operatorname{arctg} y}.$$

Příklad F5. Najděte všechna maximální řešení soustavy (12 bodů)

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -1 & -9 & 6 \\ -6 & 2 & -6 \\ 6 & -9 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

Řešení písemné zkoušky z Matematiky IV pro FSV (F)
LS 2005/2006

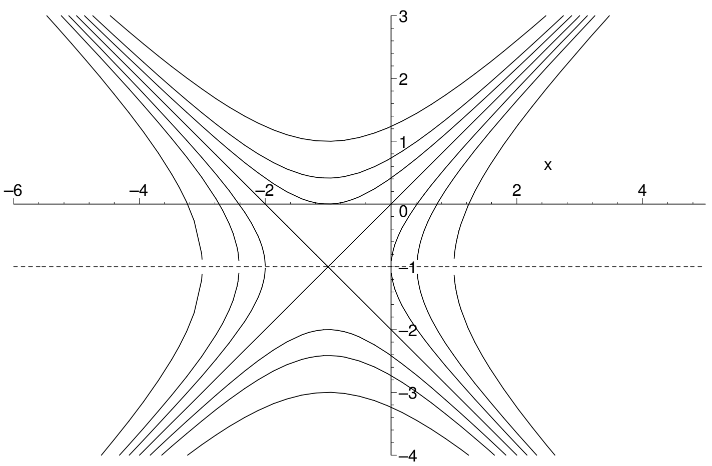
Příklad F1. Rovnice nemá žádná stacionární řešení. Maximální řešení jsou funkce $y = x$ a $y = -x$ na $\mathbb{R}$ a funkce $y = -1 \pm \sqrt{(x+1)^2 - C}$ pro $C < 0$ na $\mathbb{R}$ a pro $C > 0$ na $(-\infty, -1-\sqrt{C})$ a na $(-1+\sqrt{C}, \infty)$.

Příklad F2. Maximální řešení jsou funkce $y = (2x+1)(\log|2x+1| + C) + 1$, $C \in \mathbb{R}$, na intervalech $(-\infty, -\frac{1}{2})$ a $(-\frac{1}{2}, \infty)$. Tato řešení nelze slepit v bodě $-\frac{1}{2}$. Řešení tam sice mají konečnou limitu 1, ale po dodefinování tam výsledná funkce má pouze nevlastní derivaci $-\infty$.

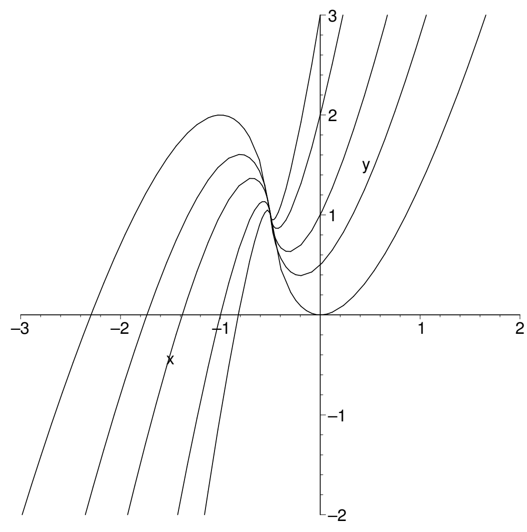
Příklad F3. Maximální řešení jsou funkce $y = -\log|\cos x| - \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right)\sin x + A + B\sin x + C\cos x$ na intervalech $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$, kde $A, B, C \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Příklad F4. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(-\infty, -1)$ jsou klesající, definována na intervalech typu $(T, +\infty)$, $\lim_{x\to T+} y'(x) = -\infty$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(-1, 0)$ jsou slepena z řešení rostoucího na intervalu (A, B) a ze stacionárního řešení $y \equiv 0$ na $[B, \infty)$, $\lim_{x\to A+} y'(x) = \infty$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(0, 1)$ jsou definována na $\mathbb{R}$ a jsou slepena z řešení klesajícího na intervalu $(-\infty, T)$ a ze stacionárního řešení $y \equiv 0$ na $[T, \infty)$. Maximální řešení y s hodnotami v intervalu $(1, +\infty)$ jsou rostoucí a jsou definována na intervalech typu $(-\infty, T)$.

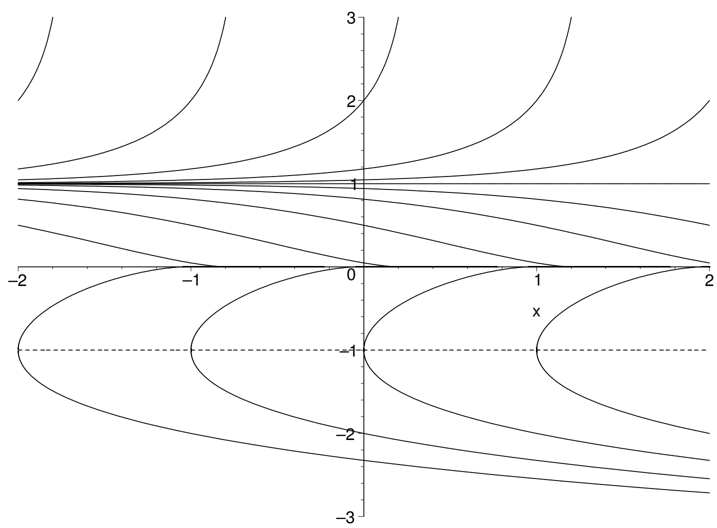
Příklad F5. Maximální řešení jsou funkce $x(t) = \left(\frac{3}{2}C - A\right)e^{-7t} + Be^{14t}$, $y(t) = -Be^{14t} + Ce^{-7t}$ a $z(t) = Ae^{-7t} + Be^{14t}$ na $\mathbb{R}$, kde $A, B, C \in \mathbb{R}$.



Příklad F1.



Příklad F2.



Příklad F4.