

Primitivní funkce

1. Spočtěte primitivní funkce:

$$\begin{aligned} \mathbf{1.1.} \quad & \int \left(x^3 + 2x + \frac{17}{x} \right) dx, & \mathbf{1.2.} \quad & \int \left(18e^x + 16e^{8x} - \frac{1}{x} + 3 \cos x \right) dx, \\ \mathbf{1.3.} \quad & \int x e^{-x^2} dx, & \mathbf{1.4.} \quad & \int \sin^2 x dx & \mathbf{1.5.} \quad & \int x e^x dx, & \mathbf{1.6.} \quad & \int \log x dx, \\ \mathbf{1.7.} \quad & \int \operatorname{arctg} x dx, & \mathbf{1.8.} \quad & \int e^{ax} \cos bx dx, \quad a, b \in \mathbf{R}, & \mathbf{1.9.} \quad & \int \sqrt{x^6} dx. \end{aligned}$$

2. Nalezněte primitivní funkce:

$$\begin{aligned} \mathbf{2.1.} \quad & \int \cos^5 x \sqrt{\sin x} dx, & \mathbf{2.2.} \quad & \int \frac{\log x}{x \sqrt{1 + \log x}} dx, & \mathbf{2.3.} \quad & \int \frac{1}{\sin x} dx, \\ \mathbf{2.4.} \quad & \int \frac{\arctan e^x}{e^x} dx, & \mathbf{2.5.} \quad & \int \sin^3 x dx, & \mathbf{2.6.} \quad & \int \frac{x}{x^2 - x + 2} dx, \\ \mathbf{2.7.} \quad & \int \frac{x}{x^4 - 2x^2 - 1} dx, & \mathbf{2.8.} \quad & \int \frac{x^2}{(x+2)^2(x+4)^2} dx, \\ \mathbf{2.9.} \quad & \int (\operatorname{tg} x)^5 dx, & \mathbf{2.10.} \quad & \int \frac{1}{1 + \exp(x/2) + \exp(x/3) + \exp(x/6)} dx. \end{aligned}$$

3. Určete:

$$\begin{aligned} \int \log^2 x dx, & \quad \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx, & \quad \int \frac{\exp x}{\exp x+1} dx, & \quad \int \frac{x^{17}-5}{x-1}, \\ \int \frac{x^{17}-5}{x^2-1}, & \quad \int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}, & \quad \int \frac{x}{x^3-1} dx. \end{aligned}$$

Výsledky

Výsledky k úlohám na primitivní funkce jsou uváděny bez aditivních konstant.

1.1. $\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 17 \log|x|$, $x \in (-\infty, 0)$ a $x \in (0, +\infty)$

1.2. $18e^x + 2e^{8x} - \log|x| + 3 \sin x$, $x \in (-\infty, 0)$ a $x \in (0, +\infty)$

1.3. $-\frac{1}{2}e^{-x^2}$, $x \in \mathbf{R}$

1.4. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x$, $x \in \mathbf{R}$

1.5. $(x-1)e^x$, $x \in \mathbf{R}$

1.6. $x \log x - x$, $x \in (0, +\infty)$

1.7. $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \log(1+x^2)$, $x \in \mathbf{R}$

1.8. Pokud $a \neq 0$ nebo $b \neq 0$, pak je řešením funkce $\frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \cos bx + b \sin bx)$, $x \in \mathbf{R}$; pokud $a = b = 0$, pak je řešením funkce x , $x \in \mathbf{R}$

1.9. $F(x) = \begin{cases} -\frac{1}{4}x^4, & x \in (-\infty, 0), \\ \frac{1}{4}x^4, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$

2.1. $\frac{2}{3} \sin^{\frac{3}{2}} x - \frac{4}{7} \sin^{\frac{7}{2}} x + \frac{2}{11} \sin^{\frac{11}{2}} x$, $x \in (2k\pi, (2k+1)\pi)$, $k \in \mathbf{Z}$

2.2. $\frac{2}{3}(1 + \log x)^{\frac{3}{2}} - 2(1 + \log x)^{\frac{1}{2}}$, $x \in (1/e, +\infty)$

2.3. $\log|\operatorname{tg} \frac{x}{2}|$, $x \in (k\pi, (k+1)\pi)$, $k \in \mathbf{Z}$

2.4. $-e^{-x} \operatorname{arctg} e^x + x - \frac{1}{2} \log(1 + e^{2x})$, $x \in \mathbf{R}$

2.5. $-\frac{1}{3} \sin^2 x \cos x - \frac{2}{3} \cos x$

2.6. $\frac{1}{2} \log(x^2 - x + 2) + \frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{7}}$, $x \in \mathbf{R}$

2.7. $\frac{1}{4\sqrt{2}} \log \left| \frac{x^2-1-\sqrt{2}}{x^2-1+\sqrt{2}} \right|$, $x \in (-\infty, -\sqrt{1+\sqrt{2}})$ nebo $x \in (-\sqrt{1+\sqrt{2}}, \sqrt{1+\sqrt{2}})$ nebo $(\sqrt{1+\sqrt{2}}, +\infty)$

2.8. $2 \log \left| \frac{x+4}{x+2} \right| - \frac{5x+12}{(x+2)(x+4)}$, $x \in (-\infty, -4)$ nebo $x \in (-4, -2)$ nebo $x \in (-2, +\infty)$

2.9. $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{2} \log(1 + \operatorname{tg}^2 x)$, $x \in (-\pi/2 + k\pi, \pi/2 + k\pi)$, $k \in \mathbf{Z}$

2.10. $-3 \operatorname{arctg}(e^{x/6}) - \frac{3}{2} \log(e^{x/3} + 1) - 3 \log(e^{x/6} + 1) + x$, $x \in \mathbf{R}$

3.1. $x \log^2 x - 2x \log x + 2x$, $x \in (0, +\infty)$

3.2. $\log(x^2 + x + 1)$, $x \in \mathbf{R}$

3.3. $\log(e^x + 1)$, $x \in \mathbf{R}$

3.4. $\left(\sum_{k=1}^{17} \frac{x^k}{k} \right) - 4 \log|x-1|$, $x \in (-\infty, 1)$ nebo $x \in (1, +\infty)$

3.5. $\left(\sum_{k=1}^8 \frac{1}{2k} x^{2k} \right) - 2 \log|x-1| + 3 \log|x+1|$, $x \in (-\infty, -1)$ nebo $x \in (-1, 1)$ nebo $x \in (1, +\infty)$

3.6. $x + \frac{1}{6} \log|x| - \frac{9}{2} \log|x-2| + \frac{28}{3} \log|x-3|$, $x \in (-\infty, 0)$ nebo $x \in (0, 2)$ nebo $x \in (2, 3)$ nebo $x \in (3, +\infty)$

3.7. $\frac{1}{6} \log \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} + \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$, $x \in (-\infty, 1)$ nebo $x \in (1, +\infty)$