

# Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2016-17

Termín číslo 3, 14. 6. 2017

---

1. Nalezněte maximum a minimum funkce  $f$  na množině  $M$ .

$$f(x, y, z) = x + 3y + 2z$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; y + z = 2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$$

(12 bodů)

2. Ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí bodu  $[-1, 0]$  implicitně zadanou funkci  $\varphi$  (proměnné  $x$ ). Spočítejte první a druhou derivaci této funkce v bodě  $-1$ . Rozhodněte, zda je  $\varphi$  monotónní na jistém okolí bodu  $-1$ .

$$e^{x^2 y} = \operatorname{arctg}(xy) - x$$

(12 bodů)

3. Spočítejte  $\det(\mathbb{A}\mathbb{B}^{-1}\mathbb{A}^T)$ , kde

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 & 3 \\ -5 & 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & -3 & -4 \\ -5 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

(12 bodů)

4. Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{n + 5^n}.$$

(12 bodů)

5. Spočítejte primitivní funkci

$$\int \frac{x^2 + x}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)} dx.$$

(12 bodů)