

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2016-17

Termín číslo 2, 7. 6. 2017

1. Nalezněte maximum a minimum funkce f na množině M .

$$f(x, y, z) = \sin(xy) + \sin z$$

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 - z = 0\}$$

(12 bodů)

2. Ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí bodu $[0, 1]$ implicitně zadanou funkci φ proměnné x . Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0. Rozhodněte, zda je φ konvexní na jistém okolí bodu 0.

$$\cos(xy) = \log(x + y) + 1$$

(12 bodů)

3. Necht

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Vyřešte soustavu $\mathbb{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ a spočtěte $\det(\mathbb{A} \cdot \mathbb{A} \cdot \mathbb{A})$.

(12 bodů)

4. Vyšetřete konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{n+5}$$

(12 bodů)

5. Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{2 \sin y - \cos y}{\cos^3 y + \sin y - \sin y \cos^2 y} dy$$

na intervalu $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.

(12 bodů)