

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (A)

ZS 1998-99

Příklad A1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\log(n^6 + 5n^3 + 1) - \log(n^6 + 1)) \cdot (n^3 + \cos n). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad A2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{n}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad A3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\operatorname{arctg} x)}{x^2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad A4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & \text{má-li tento výraz smysl,} \\ e & x = 0 \end{cases}$$

ve všech bodech, kde existuje.

(10 bodů)

Příklad A5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = xe^{-\frac{3}{2}x^2}. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (B)

ZS 1998-99

Příklad B1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)^5 - n^5}{n^4 \sqrt[n]{\log(n+1)}} \cdot \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad B2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n - 2^{(n^2)}}{3^{(n^2)}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad B3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right)^x. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad B4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \arcsin \frac{4x}{x^2 + 4}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad B5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = 2 \cos^2 x + \sin^2 2x. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (C)

ZS 1998-99

Příklad C1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sin^2 \left(n + \frac{1}{n} \right) + \cos^2 n \right). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad C2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt{n^4 + n^2 - 1} - \sqrt{n^4 - n^2 + 1} \right). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad C3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 + 2x + 4^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad C4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \max\{x^2, x^3 + \operatorname{sgn} x\}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad C5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{5}}{4 \cos^2 x}. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (D)

ZS 1998-99

Příklad D1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^8 + n^3} - n^4}{\sqrt[3]{n^6 + 5n^3} - n^2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad D2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\operatorname{arctg} n + \operatorname{arctg}(n^2) - 2)^5}{n^2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad D3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^{(x^6)} - 1}}{x \cdot \log(\cos x)}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad D4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = (x + 2)^2 \sqrt{|x^2 - 4|}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad D5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arccos |\operatorname{tg} x|. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písemná zkouška z matematiky pro FSV (E)

ZS 1998-99

Příklad E1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt[n]{n^n + n} - n). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad E2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi) \cdot \left(\sqrt[3]{1+n^3} + \sqrt[3]{1-n^3} \right). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad E3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \log(\sin x) \cdot \operatorname{tg}^2 x. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad E4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \max\{x + \sin x, x + \sin^2 x\}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad E5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} \cdot x} \right). \quad (20 \text{ bodů})$$

Písemná zkouška z matematiky pro FSV (F)

ZS 1998-99

Příklad F1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{120} - \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{80}}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{100} + \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{100} - 2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad F2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{(n^2)}}{(n!)^n}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad F3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - e^{\sqrt{x}}}{1 - \cos \sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad F4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \arcsin(\cos^3 x)$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad F5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \begin{cases} (x+1) \log(x^2 + 2x + 1) & x \neq -1 \\ 0 & x = -1 \end{cases}. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (G)

ZS 1998-99

Příklad G1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\log(n^2))^2}{\sqrt{n + 5 \log^2 n} - \sqrt{n + 2 \log^2 n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad G2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(1 + \frac{1}{n^2} \right). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad G3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arccos(e^{-x})}{\sqrt{x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad G4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \sqrt[3]{e^{3x^3} - 1}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad G5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = 3 \operatorname{arctg} x + 2 \log(x^2 + 1). \quad (20 \text{ bodů})$$

Písemná zkouška z matematiky pro FSV (H)

ZS 1998-99

Příklad H1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(\sqrt{n} + 3) - \frac{1}{2} \log n}{\sqrt[3]{n^6 + 2n^4} - n^2 \cdot \sqrt{n}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad H2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \arccos \frac{1}{n}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad H3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{x} - \sin \sqrt[3]{x}}{\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sqrt[3]{x^2}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad H4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \sqrt{e^{\sin^2 x} - 1}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad H5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \log |e^{2x} - 3e^x + 2|. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (I)

ZS 1998-99

Příklad 11: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (\log(n^6 + 5n^3 + 1) - \log(n^6 + 1)) \cdot (n^3 + \cos n). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 12: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n - 2^{(n^2)}}{3^{(n^2)}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 13: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - x \right)^x. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 14: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \max\{x + \sin x, x + \sin^2 x\}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad 15: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arcsin \frac{4x}{x^2 + 4}. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písemná zkouška z matematiky pro FSV (J)

ZS 1998-99

Příklad J1: Spočtete limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^8 + n^3} - n^4}{\sqrt[3]{n^6 + 5n^3} - n^2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad J2: Zjistete, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{(n^2)}}{(n!)^n}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad J3: Spočtete limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 + 2x + 4^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad J4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtete derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \max\{x^2, x^3 + \operatorname{sgn} x\}$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad J5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arcsin |\cotg x|. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písenná zkouška z matematiky pro FSV (K)

ZS 1998-99

Příklad K1: Spočtěte limitu:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{150} - \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{60}}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^{99} + \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{99} - 2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad K2: Zjistěte, zda konverguje řada:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n^4 + n^2 - 1} - \sqrt{n^4 - n^2 + 1} \right). \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad K3: Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arccos(e^{-x})}{\sqrt{x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad K4: Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci (včetně jednostranných derivací) funkce

$$f(x) = \arccos(\sin^3 x)$$

ve všech bodech, kde existuje. (10 bodů)

Příklad K5: Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = (x + 3)^2 \cdot \sqrt{|x^2 - 9|}. \quad (20 \text{ bodů})$$