

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 1 (5)

ZS 2016-17, 14. 2. 2017

1. Spočítejte následující limitu posloupnosti.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^3 + 15n)^{10} - (n^2 + 10)^{15}}{(n^3 + 2n^2 + 1)^9 - (n + 1)^{27}}$$

(15 bodů)

2. Spočítejte následující limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^3 \cos x} - x}{\cos(\arctg \frac{1}{x^2}) \cdot x}$$

(15 bodů)

3. Spočítejte derivaci, resp. jednostranné derivace, funkce f ve všech bodech, kde existují.

$$f(x) = \arcsin(\cos x) \cdot |x|$$

(15 bodů)

4. Uvažujte funkci

$$f(x) = \begin{cases} (x^2)^{\sin x}, & x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 1, & x = 0. \end{cases}$$

- (a) Určete intervaly, kde je f spojitá.
- (b) Spočítejte $f'(0)$, pokud existuje.
- (c) Rozhodněte, zda existuje $\delta \in \mathbb{R}, \delta > 0$, takové, že f je rostoucí na intervalu $(-\delta, \delta)$.
- (d) Rozhodněte, zda existuje $\eta \in \mathbb{R}, \eta > 0$, takové, že f je monotónní na intervalu $(\eta, +\infty)$.

(15 bodů)