

Zobrazovací metody

Michal Zamboj

Pedagogická fakulta

2019

www.karlin.mff.cuni.cz/~zamboj/

La Pasiega, Španělsko

<http://science.sciencemag.org/content/358/6378/912/tab-pdf>



cca 1480, Piero Della Francesca

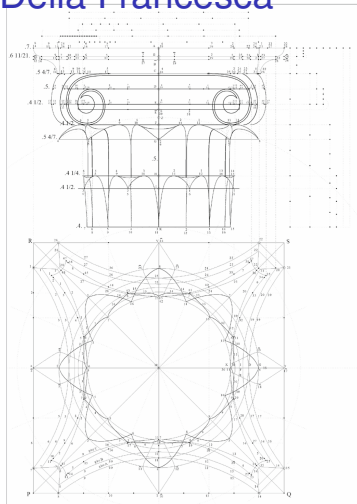
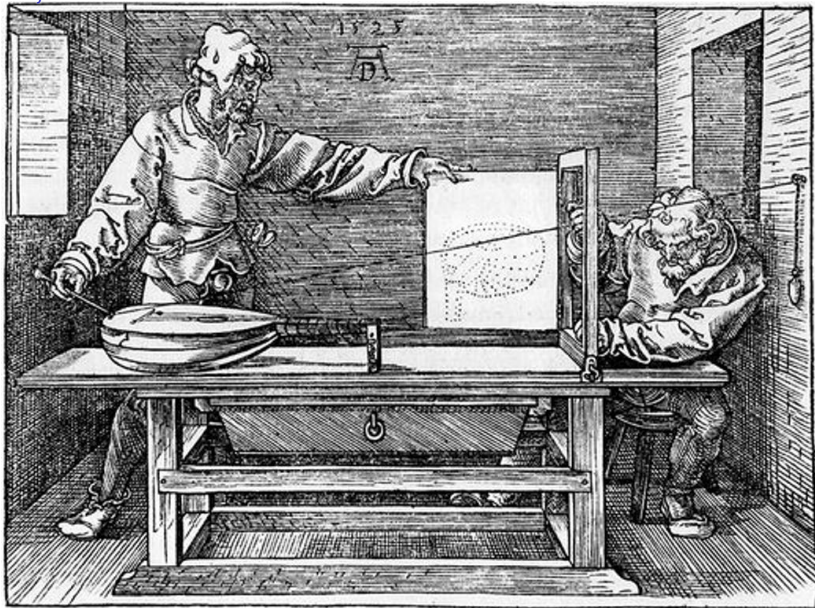


Fig. 2. This drawing, which is readable only in in-folio format, represents the graphic transcription of operations related to the construction of the capital, meticulously described by Piero from fol. 49v to fol. 52r of the manuscript preserved in the Biblioteca Palatina in Parma

1525, Albrecht Dürer



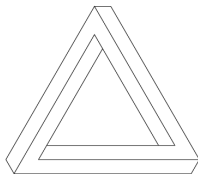
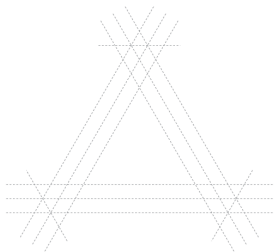
1757, Josuah Kirkby

Frontispiece.

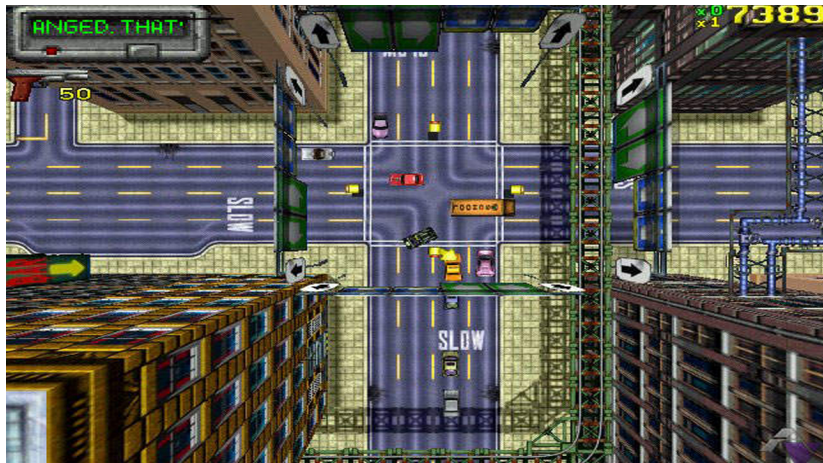


Whoever makes a DESIGN, without the Knowledge of PERSPECTIVE,
will be liable to such Absurdities as are shown in this Frontispiece.

Penrosův trojúhelník



GTA 1



Super Mario



SIMS 2



Google



Body, přímky a roviny v prostoru

Základní objekty v prostoru: body, přímky, roviny

Definice

Čtyři body (a více) v prostoru ležící v jedné rovině nazýváme *komplanární*.

Množina všech přímek prostoru, které leží v jedné rovině a jsou všechny vzájemně rovnoběžné, nebo procházejí jedním bodem se nazývá *svazek přímek*.

Množina všech rovin prostoru, které mají společnou jednu přímku, nebo jsou všechny vzájemně rovnoběžné se nazývá *svazek rovin*.

Množina všech přímek prostoru, které procházejí jedním bodem se nazývá *trs přímek*.

Množina všech rovin prostoru, které procházejí jedním bodem se nazývá *trs rovin*.

Vzájemná poloha dvou přímek

Definice (Vzájemná poloha dvou přímek)

Dvě přímky jsou vzájemně

totožné - mají-li společné alespoň dva (t.j. pak všechny) body

různoběžné - mají-li společný právě jeden bod

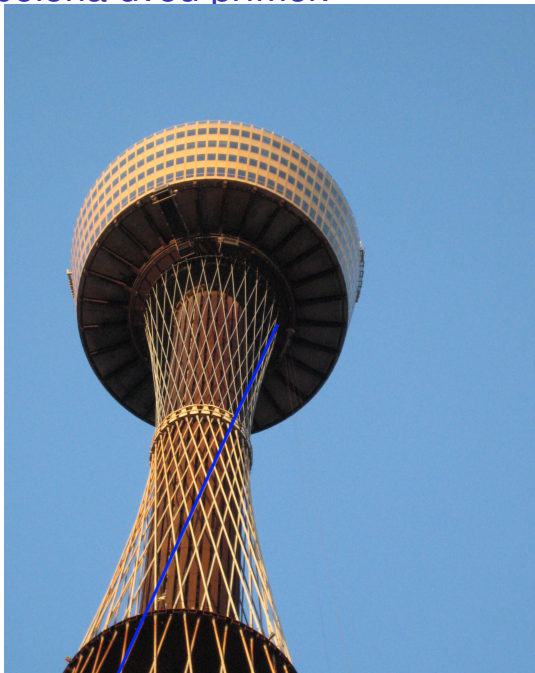
rovnoběžné - nemají-li společný žádný bod a leží v jedné rovině

mimoběžné - nemají-li společný žádný bod a neleží v jedné rovině

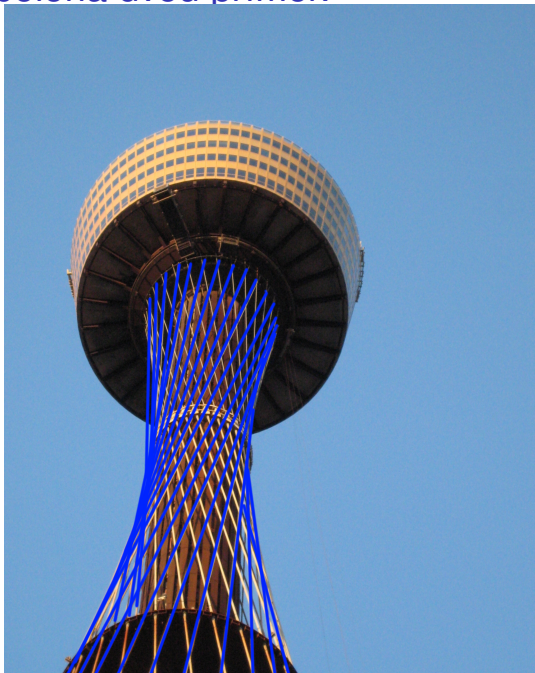
Vzájemná poloha dvou přímek



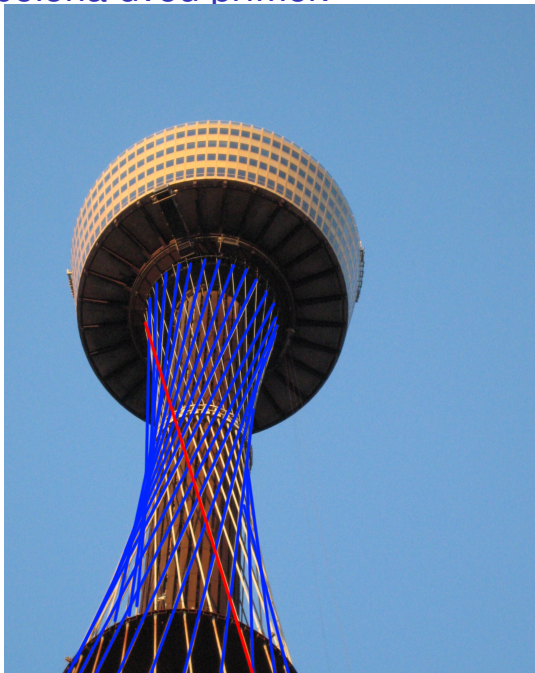
Vzájemná poloha dvou přímek



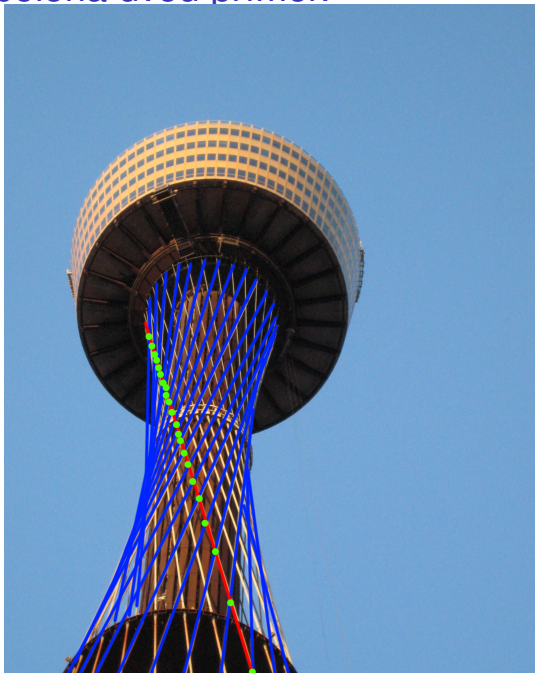
Vzájemná poloha dvou přímek



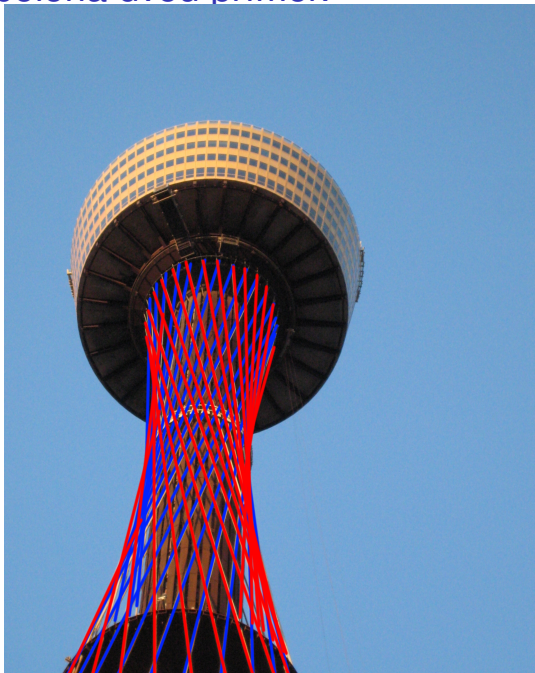
Vzájemná poloha dvou přímek



Vzájemná poloha dvou přímek



Vzájemná poloha dvou přímek



Příčka mimoběžek

Definice (Příčka mimoběžek)

Příčka mimoběžek je přímka, která protíná obě mimoběžky.

Příklad (Sestrojte příčku mimoběžek p, q daným bodem A .)

1. $\alpha = pA$
2. $Q \in \alpha \cap q$
3. $\overleftrightarrow{AQ} \cap p = P$
4. $\overleftrightarrow{PQ}$

Příčka mimoběžek

Příklad (Sestrojte příčku mimoběžek p, q daným směrem $\vec{s}$.)

1. $\alpha = p \vec{s}$ (volíme směrem $\vec{s}$ libovolnou různoběžku s přímkou p)
2. $Q \in \alpha \cap q$
3. $k = (Q \vec{s}) \cap p = P$ (k je přímka procházející bodem Q ve směru $\vec{s}$)
4. $\overleftrightarrow{PQ}$

Vzájemná poloha přímky a roviny

Definice (Vzájemná poloha přímky a roviny)

Přímka buď leží v rovině, nebo jsou vzájemně

různoběžné - mají-li společný právě jeden bod

rovnoběžné - nemají-li společný žádný bod

Věta (Kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny)

Přímka je rovnoběžná s rovinou, je-li rovnoběžná alespoň s jednou její přímkou.

Vzájemná poloha přímky a roviny



Vzájemná poloha přímky a roviny



Vzájemná poloha dvou rovin

Definice (Vzájemná poloha dvou rovin)

Dvě roviny jsou vzájemně

totožné - mají-li společné všechny body

různoběžné - mají-li společnou přímku - *průsečnice*

rovnoběžné - nemají-li společný žádný bod

Věta (Kritérium rovnoběžnosti dvou rovin)

Dvě roviny jsou rovnoběžné právě tehdy, když jedna rovina obsahuje dvě různoběžky, které jsou s druhou rovinou rovnoběžné.

Příklad

Určete všechny vzájemné polohy tří rovin v prostoru.

Kolmost dvou přímek

Definice (Kolmost dvou mimoběžek)

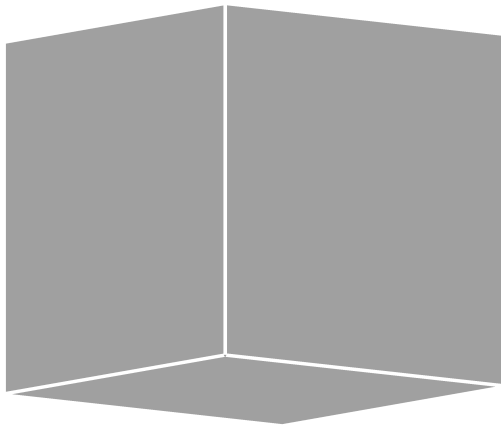
Dvě mimoběžky jsou na sebe kolmé právě tehdy, jsou-li na sebe kolmé přímky vedené libovolným bodem prostoru rovnoběžně s danými mimoběžkami.

Příklad

Na obrázku je rovnoběžný průmět krychle do roviny.

- a) Doplňte neviditelné hrany.
- b) Určete dvojici vzájemně mimoběžných přímek mimoběžných k libovolné hraně.
- c) Sestrojte příčku kolmou k oboum ze zvolené dvojice mimoběžek.

Kolmost dvou přímek



Kolmost přímky a roviny

Definice (Kolmost přímky a roviny)

Přímka a rovina jsou na sebe kolmé právě tehdy, je-li přímka kolmá ke každé přímce roviny.

Věta (Kritérium kolmosti přímky a roviny)

Přímka je kolmá k rovině právě tehdy, je-li kolmá ke dvěma různoběžným přímkám roviny.

Osa mimoběžek

Definice (Osa mimoběžek)

Osa mimoběžek (nejkratší příčka) je příčka kolmá k oboum mimoběžkám.

Příklad (Sestrojte osu (nejkratší příčku) mimoběžek a, b)

- ▶ vedeme libovolným bodem přímky a rovnoběžku $b' \parallel b$
- ▶ sestrojíme kolmici k k rovině určené a, b' a najdeme příčku mimoběžek a, b daným směrem (určeným přímkou k).

anebo užitím kolmosti přímek a rovin.

Kolmost dvou rovin

Definice (Kolmost dvou rovin)

Dvě roviny jsou na sebe kolmé právě tehdy, když jedna z nich obsahuje přímku kolmou k druhé rovině.

Věta (Kritérium kolmosti dvou rovin)

Dvě roviny jsou na sebe kolmé právě tehdy, je-li přímka jedné roviny kolmá na alespoň dvě různoběžné přímky druhé roviny.

Příklad

Formulujte co nejjednodušší podmínku pro kolmost roviny ke dvěma různoběžným rovinám.

Pravoúhlý (kolmý) průmět

Definice (Kolmý průmět)

Kolmý průmět bodu do roviny je průsečík kolmice vedené daným bodem k rovině a roviny.

Kolmý průmět bodu na přímku je průsečík roviny vedené daným bodem kolmé k přímce a přímky.

Kolmý průmět přímky do roviny, které nejsou vzájemně kolmé, je průsečnice roviny obsahující danou přímku kolmé k dané rovině a dané roviny. Kolmý průmět přímky do roviny, která je na ní kolmá je jejich průsečík.

Odchylka dvou přímek

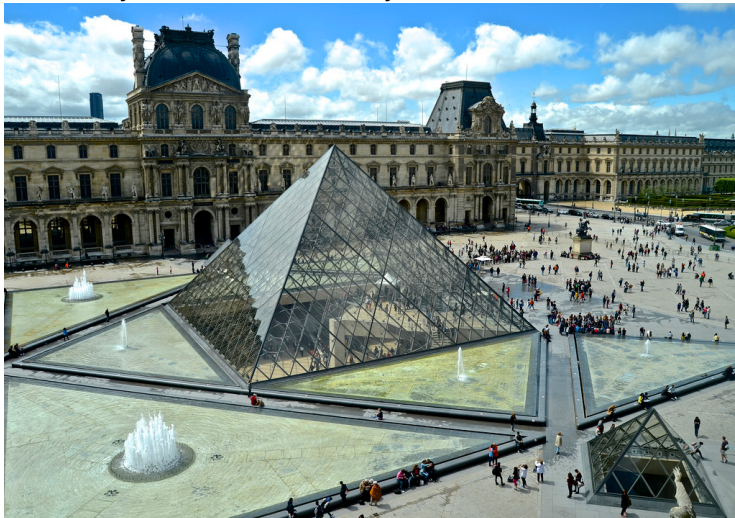
Definice (Odchylka dvou mimoběžek)

Odchylka dvou mimoběžných přímek je odchylka různoběžných přímek vedených libovolným bodem prostoru rovnoběžně k daným mimoběžkám.

Odchylka dvou přímek

Příklad

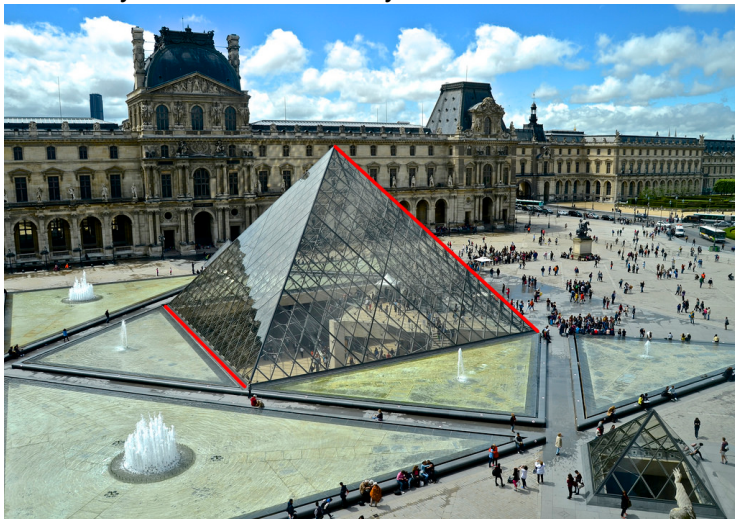
Určete odchylku dvou mimoběžných hran Louvru.



Odchylka dvou přímek

Příklad

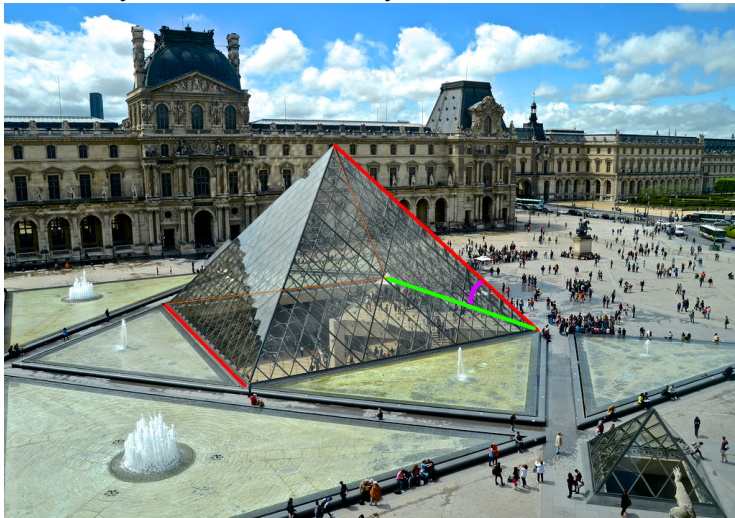
Určete odchylku dvou mimoběžných hran Louvru.



Odchylka dvou přímek

Příklad

Určete odchylku dvou mimoběžných hran Louvru.



Odchylka přímky a roviny

Definice (Odchylka přímky a roviny)

Není-li přímka kolmá k rovině, je odchylka přímky a roviny rovna odchylce přímky a jejího pravoúhlého průmětu do této roviny.

Odchylka dvou rovin

Definice (Odchylka dvou rovin)

Odchylka dvou rovin je odchylka jejich průsečnic s rovinou, která je k oběma rovinám kolmá.

Věta

Odchylka dvou rovin je odchylka kolmých přímek k daným rovinám.

Vzdálenost bodu od roviny

Definice (Vzdálenost bodu od roviny)

Vzdálenost bodu od roviny je rovna vzdálenosti bodu od jeho kolmého průmětu do dané roviny.

Vzdálenost dvou přímek

Definice (Vzdálenost dvou přímek)

Vzdálenost dvou totožných a dvou různoběžných přímek je nulová.

Vzdálenost dvou rovnoběžných přímek je vzdálenost libovolného bodu jedné přímky od druhé přímky.

Vzdálenost dvou mimoběžek je délka nejkratší příčky mimoběžek.

Vzdálenost dvou rovin

Definice (Vzdálenost dvou rovin)

Vzdálenost dvou totožných a dvou různoběžných rovin je nulová.

Vzdálenost dvou rovnoběžných rovin je vzdálenost libovolného bodu jedné roviny od druhé roviny.

Středová kolineace

Definice (Středová kolineace v rovině)

Středová kolineace v rovině je kolineace, která má samodružnou přímku o , nazýváme ji *osou kolineace* a samodružný bod $S \notin o$, který nazýváme *střed kolineace*. Body a jejich obrazy leží na přímkách procházejících středem S .

Středová kolineace

Definice (Úběžník a úběžnice)

Je dána středová kolineace v rovině.

Vlastní bod, který se v kolineaci zobrazí na nevlastní bod, nazýváme *úběžník*.

Vlastní přímka, která se zobrazí na nevlastní přímku, nazýváme *úběžnice*.

Obraz nevlastního bodu v dané kolineaci se nazývá *protiúběžník*.

Obraz nevlastní přímky v dané kolineaci se nazývá *protiúběžnice*.

Řez tělesa

Definice (Řez plochy / tělesa rovinou)

Řez plochy / tělesa rovinou σ je průnik plochy / tělesa a roviny σ .

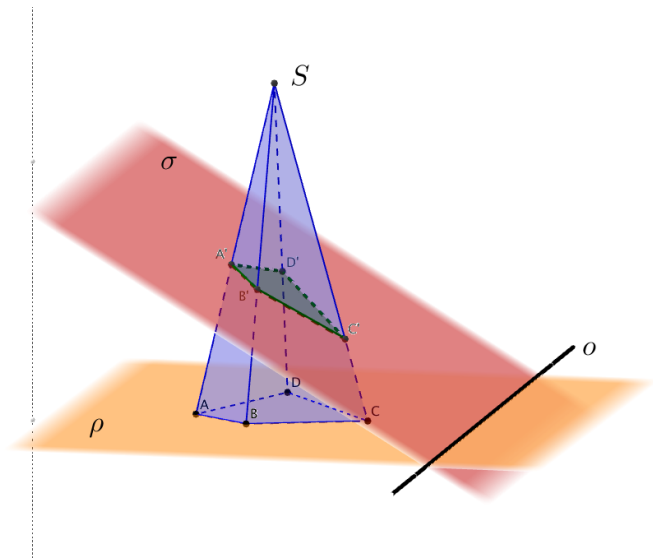
Řezy jehlanů

K zobrazení řezu jehlanu můžeme využít středovou kolineaci v rovině (papíru, tabule, obrazovky...) . Samotný prostorový řez je kolineace mezi dvěma rovinami v prostoru. U obou platí:

- ▶ Zobrazujeme rovinu podstavy (řídící mnohoúhelník) do roviny řezu (výsledný řez).
- ▶ Střed kolineace je vrchol jehlanové plochy.
- ▶ Osa kolineace je průsečnice roviny podstavy a roviny řezu.

Pozn.: Má-li jehlan nějaké další vlastnosti, můžeme je využít.

Řez jehlanu



Osová afinita

Definice (Osová afinita v rovině)

Osová afinita v rovině je afinita, která má přímku samodružných bodů o , nazýváme ji *osa afinity* a samodružný směr $\vec{s}$, nazýváme jej *směr afinity*. Body a jejich obrazy leží na přímkách se směrem $\vec{s}$.

Definice (Charakteristika k osově afinity)

Nechť $\mathcal{A}$ je osová afinita s osou o , která zobrazí bod X na X' . Dále nechť X_0 je průsečík přímky $\overleftrightarrow{XX'}$ s osou o . Číslo $k = (X'X; X_0)$ nazýváme *charakteristikou osově afinity* $\mathcal{A}$.

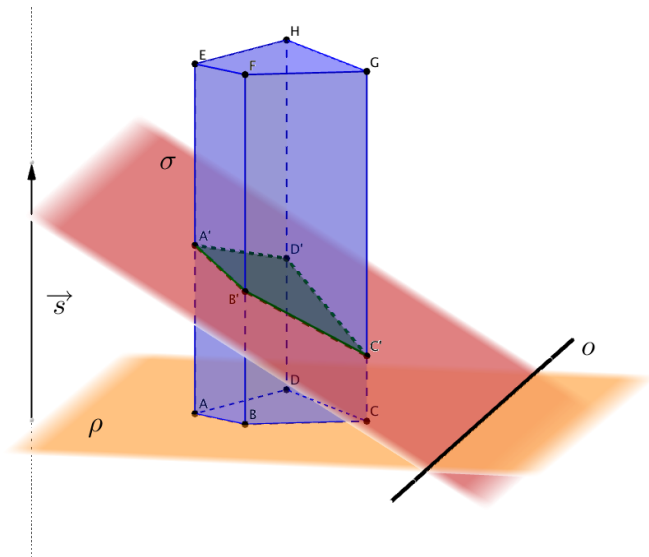
Řezy hranolů

K zobrazení řezu hranolu můžeme využít osovou afinitu v rovině (papíru, tabule, obrazovky...) . Samotný prostorový řez je afinita mezi dvěma rovinami v prostoru. U obou platí:

- ▶ Zobrazujeme rovinu podstavy (řídící mnohoúhelník) do roviny řezu (výsledný řez).
- ▶ Směr afinity je řídící směr hranolové plochy.
- ▶ Osa afinity je průsečnice roviny podstavy a roviny řezu.

Pozn.: Má-li hranol nějaké další vlastnosti, můžeme je využít. Např: Řezy dvou rovnoběžných stěn rovinou jsou rovnoběžné.

Řez hranolu



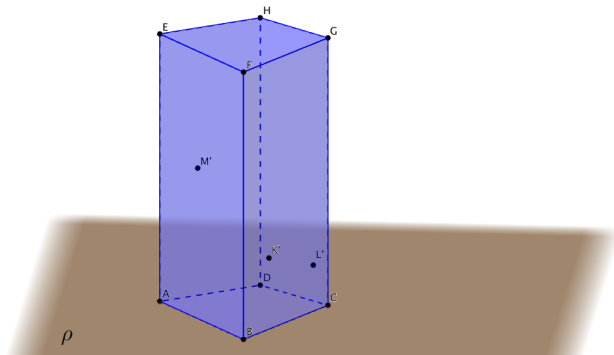
Řez hranolu

Příklad (Sestrojte řez kolmého hranolu rovinou procházející body

K', L', M' ; $K' \in BCGF, L' \in CDHG, M' \in DAEH$)

Řešení - viz soubor na webu. Dohledáme samodružné body afinity, pak osu afinity a zobrazíme podstavní vrcholy v afinitě.

Sestrojte řez hranolu rovinou procházející body K', L', M'
 $K' \in BCGF, L' \in CDHG, M' \in DAEH$

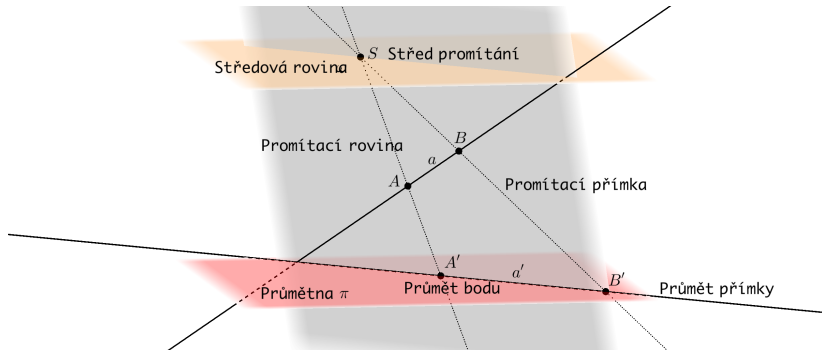


Promítání

Promítání do roviny dělíme:

- ▶ středové (středové promítání, lineární perspektiva)
- ▶ rovnoběžné
 - ▶ kosoúhlé (kosoúhlé promítání (spec. volné rovnoběžné promítání), vojenská perspektiva, kosoúhlá axonometrie...)
 - ▶ pravoúhlé (kótované promítání, mongeovo promítání, pravoúhlá axonometrie...)

Princip středového promítání



Princip rovnoběžného promítání

