

# Planimetrie

## Kružnice a množiny bodů

1. Určete velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku jehož vrcholy leží na ciferníku hodin na cifrách 2, 7 a 11.

DÚ 1 Odvodte vzorec pro obsah trojúhelníku pomocí

- (a) součinu délek stran a poloměru kružnice opsané
  - (b) součtu délek stran a poloměru kružnice vepsané
- (viz prezentace)
2. Je dána kružnice  $k$  o poloměru  $r = 6\text{cm}$  a bod  $X$ . Z bodu  $X$  vedeme libovolnou sečnu kružnice  $k$ , která ji protne v bodech  $A, B$ . Nad delší z úseček  $\overline{AX}, \overline{BX}$  sestrojíme obdélník o stranách  $\overline{AX} \times \overline{BX}$ . Jaký má obdélník obsah, pokud je  $|XS| = 10\text{cm}$ ?
  3. Jsou dány nesoustředné kružnice  $k_1, k_2$  a přímka  $p$ . Najděte na přímce  $p$  bod  $X$  tak, aby  $|XT_1| = |XT_2|$ , kde  $T_1, T_2$  jsou dotykové body tečen vedených z bodu  $X$  ke kružnicím  $k_1, k_2$ .
  4. Vypočítejte obvod pravoúhlého trojúhelníku, je-li dán poloměr kružnice opsané  $r = 5$  a poloměr kružnice vepsané  $\rho = 2$  tomuto trojúhelníku.
  5. Tečny kružnice o poloměru  $r$  svírají úhel velikosti 108. Určete délky oblouků vymezených dotykovými body daných tečen.

DÚ 2 Je dán čtverec  $ABCD$  o straně délky  $10\text{cm}$ . Čtvrtkružnice o středech  $A, B, C$  a  $D$  a poloměru  $10\text{cm}$  rozdělí čtverec  $ABCD$  na 9 částí. Vypočítejte jejich obsahy.

6. V rovině jsou dány kružnice  $k_1$  a  $k_2$ . Sestrojte společné tečny dvou kružnic a diskutujte existenci a počet řešení vzhledem k různým polohám kružnic.
7. Jsou dány dvě nesoustředné kružnice  $k_1$  a  $k_2$  a úsečky délek  $u, v$ . Sestrojte přímku, na které kružnice  $k_1$  oddělí tětivu shodnou s úsečkou  $u$  a kružnice  $k_2$  tětivu shodnou s úsečkou  $v$ .
8. Určete množinu všech bodů, které mají stejnou vzdálenost od
  - (a) dvou různých pevných bodů v rovině.
  - (b) tří různých pevných bodů v rovině.

9. V rovině jsou dány různé body  $A, B$ . V závislosti na parametru  $k \in \mathbb{R}$  sestrojte množinu všech bodů  $X$ , pro které platí:

(a)  $|AX| + |BX| = k$ .


(b)  $|AX| - |BX| = k$ .

DÚ 3  $|AX| * |BX| = k$ .

DÚ 4  $|AX|/|BX| = k$  (s důkazem dle materiálů) .


10. V rovině je dána přímka  $d$  a bod  $F$ , který na ní neleží. Sestrojte množinu všech bodů  $X$  pro které platí  $|FX| = |X, d|$

DÚ 5 Určete množinu všech bodů, které mají stejnou mocnost od dvou různých nesoustředných kružnic v rovině.

 V rovině je dán bod a kružnice. Určete množinu všech bodů, jejichž vzdálenost od daného bodu je stejná jako jejich vzdálenost od bodu dotyku tečny nimi vedené k dané kružnici.

11. V rovině jsou dány tři kružnice. Sestrojte kružnici, která je ke všem ortogonální.

DÚ 6 Sestrojte trojúhelník  $\triangle ABC$ , v němž  $c = 6, \gamma = 60^\circ, a : b = 2 : 3$ .

 Na dané přímce  $p$  jsou dány tři různé body  $B, O, C$  v tomto pořadí. Kolem bodu  $O$  je opsána kružnice  $k$  libovolným poloměrem, ale tak, aby body  $B, C$  ležely buď vně této kružnice, nebo jeden vně (vzdálenější od  $O$ ) a druhý na kružnici (bližší k  $O$ ). Z bodů  $B, C$  jsou k ní sestrojeny tečny, které se protnou v bodě  $X$ . Jaká je množina bodů  $X$ , mění-li kružnice  $k$  svůj poloměr?