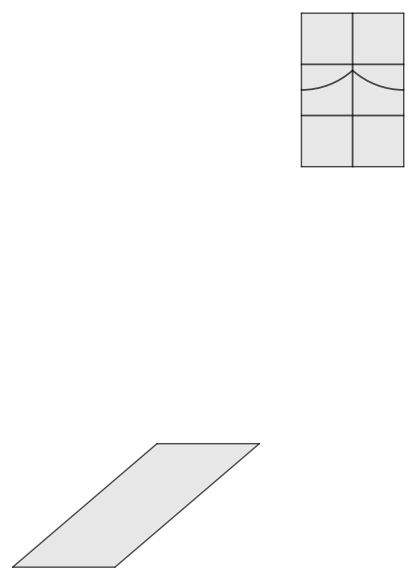
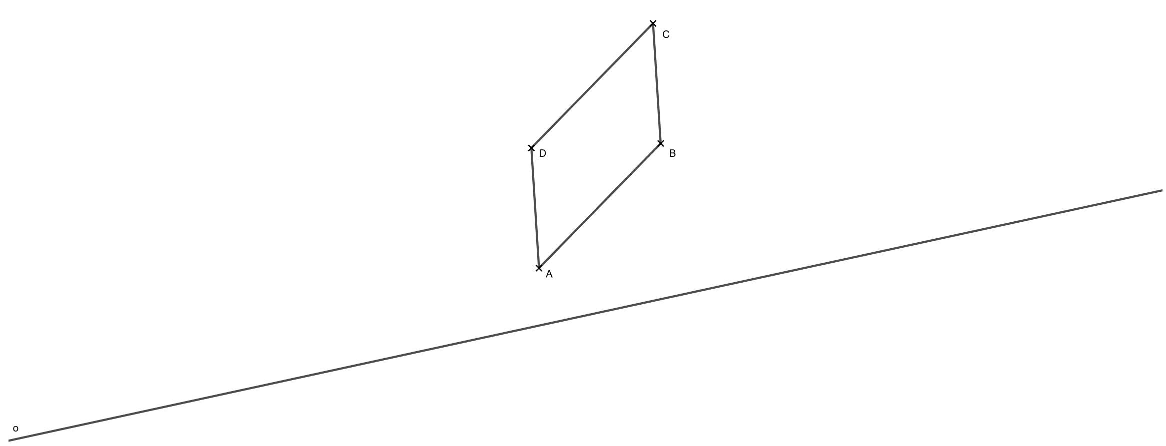
Planimetrie

Afinita, incidenční věty

1. Na obrázku je znázorněno okno ve zdi a jeho stín na podlahu. Sestrojte roh místnosti (průsečnice zdi s podlahou) a stíny příček.



2. Dourčete osovou afinitu tak, aby obrazem rovnoběžníku byl obdélník.



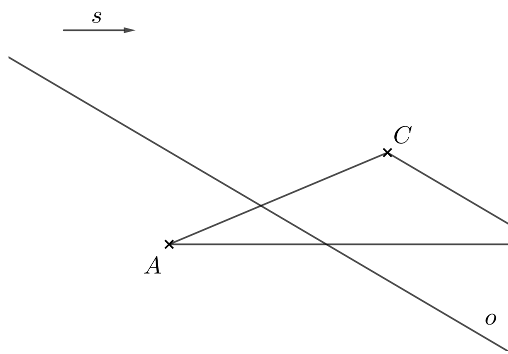
Dourčete osovou afinitu z předešlého příkladu tak, aby obrazem rovnoběžníku byl čtverec.

3. Zobrazte rovnostranný trojúhelník v

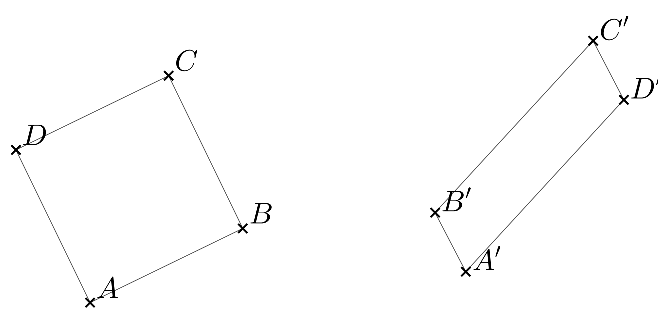
   a) osové afinitě s charakteristikou $k = -1$ a směrem různoběžným a ne kolmým k ose

   b) osové afinitě s charakteristikou $k = -1$ a směrem kolmým k ose

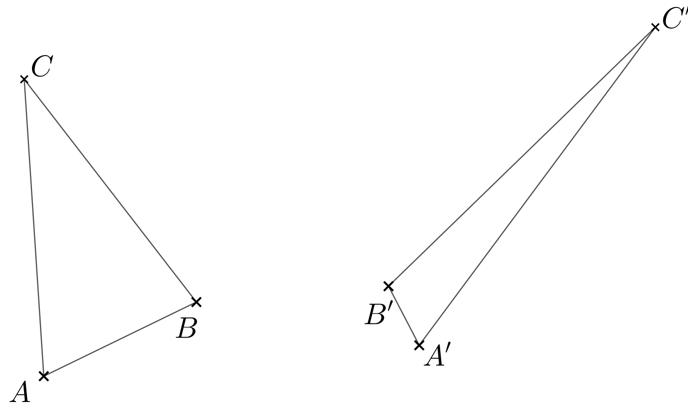
4. Zobrazte trojúhelník ABC v osové afinitě s osou o, směrem s a charakteristikou $k = -\frac{1}{2}$.



5. Čtverec $\square A'B'C'D'$ je obrazem čtverce $\square ABCD$ v osové afinitě. Sestrojte množinu samodružných bodů osové afinity a obraz středu čtverce.



6. Trojúhelník $\triangle A'B'C'$ je obrazem trojúhelníku $\triangle ABC$ v osové afinitě. Sestrojte množinu samodružných bodů osové afinity a obraz těžiště trojúhelníku.



7. Ukažte, že rovnoběžný průmět mezi dvěma různými přímkami v rovině zachovává dělicí poměr bodů na těchto přímkách. Určete předpoklady tohoto tvrzení.

☠ Určete charakteristiku libovolné elace.

8. Na stranách trojhelníku $\triangle ABC$ jsou dány body X, Y a Z, a to tak, že:
   X dělí stranu AB v poměru $1:5$ a je blíže k vrcholu B
   Y dělí stranu BC v poměru $1:2$ a je blíže k vrcholu C
   Z dělí stranu AC v poměru $1:9$ a je blíže k vrcholu C.
   Určete zda se přímky AY, BZ a CX protnou v jednom bodě.

9. Je dán trojúhelník $\triangle ABC$. Jednu z jeho stran prodloužíme o svoji délku a koncový bod spojíme se středem druhé strany. V jaké úseky dělí tato spojnice třetí stranu?

10. Bod B' leží na straně AC trojúhelníku $\triangle ABC$ blíže k vrcholu C a dělí ji v poměru 1:4. Průsečík rovnoběžky vedené bodem B' k straně AB se stranou BC označme A'. Spojnice BB' a AA' se protnou v bodě P. Určete v jakém poměru rozdělí stranu AB její průsečík s přímkou CP.

DÚ 2 Těžnice $\triangle$ se protínají v právě jednom bodě, který nazýváme *těžiště* $\triangle$. Těžiště rozděluje těžnice v poměru 1:2. Dokažte!

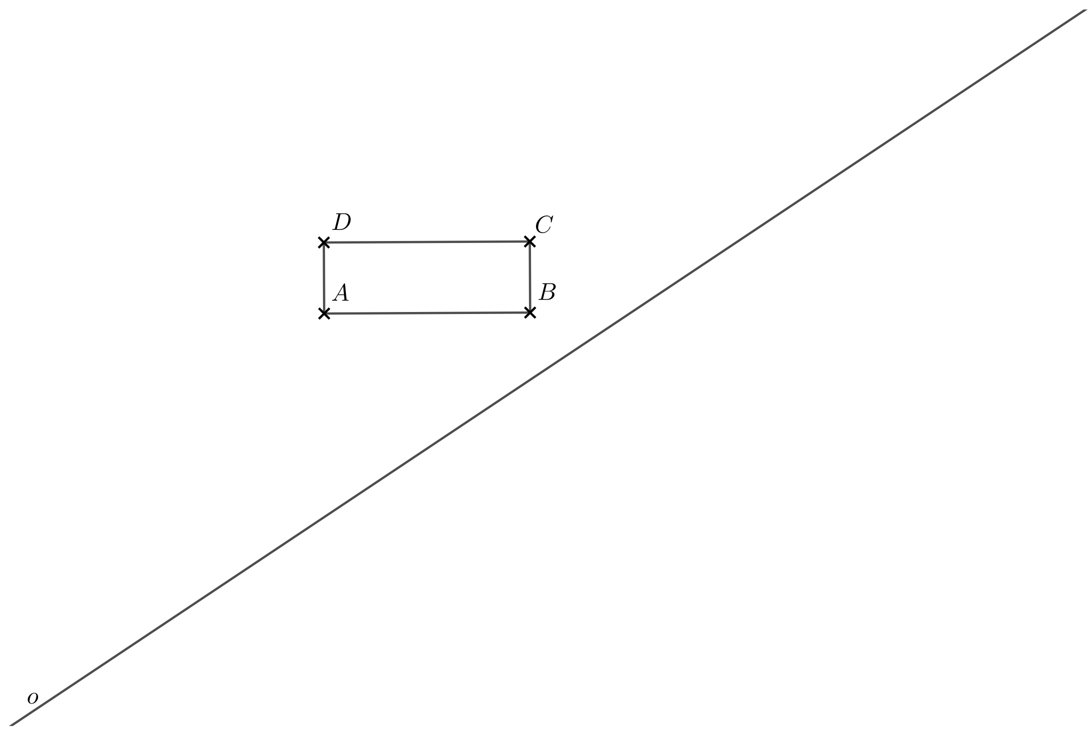
DÚ 3 Je dán trojúhelník $\triangle ABC$, bod K je vnitřní bod strany c a bod L vnitřní bod strany a. Dokažte, že protnou-li se příčky AL a CK v bodě X, tak bod X je vnitřním bodem trojúhelníku $\triangle ABC$.

Bonus - kolineace a afinity

11. V rovině je dán obdélník $ABCD$ a přímka o.

    (a) Určete směr osové afinity s osou o, která zobrazí obdélník $ABCD$ na kosočtverec $A'B'C'D'$, v němž $|\sphericalangle D'A'B'| = 60°$. Uveďte všechna řešení. Konstrukci proveďte do zadání.

    (b) Měřením určete charakteristiky afinit dourčených v (a).



12. V rovině je dán čtverec $ABCD$ a jeho střed E.

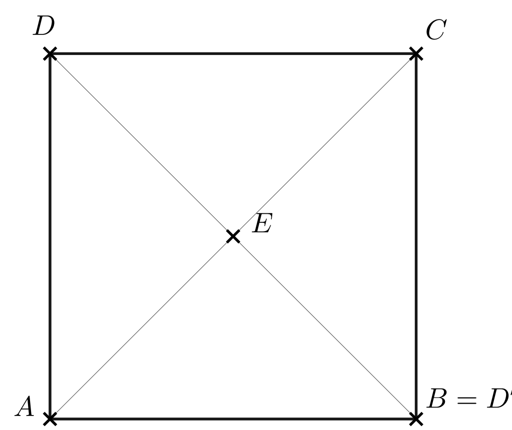
(a) Na přímce $\overleftrightarrow{BD}$ určete bod B' takový, že dvojpoměr $(BD; EB') = \frac{1}{2}$.

(b) Určete střed S a osu o středové kolineace, která zobrazí

$B \to B'$

$D \to D' = B$

body A a C jsou samodružné.

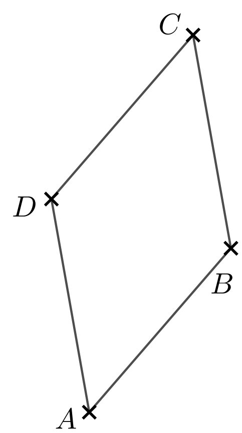


13. V rovině je dán kosočtverec $ABCD$ dle obrázku..

(a) Sestrojte obraz $A'B'C'D'$ v osové afinitě, jejíž osa je rovnoběžná s uhlopříčkou AC, směr afinity je směrem úhlopříčky BD, charakteristika afinity je $-\frac{1}{2}$ a bod B je samodružný.

(b) Určete typ čtyřúhelníku $A'B'C'D'$.

(c) Určete poměr obsahů kosočtverce $ABCD$ a čtyřúhelníku $A'B'C'D'$.



14. V rovině je dán obdélník $ABCD$ jehož strany jsou v poměru $|AB| : |BC| = 2 : 1$ (viz obrázek). Nechť bod E rozděluje úhlopříčku $\overline{AC}$ v poměru $2 : 1$ a je blíže k vrcholu C.

(a) Na přímce $\overleftrightarrow{AC}$ určete bod S takový, že dvojpoměr $(CA; ES) = \dfrac{1}{4}$.

(b) Určete obraz obdélníku $ABCD$ a množiny jeho vnitřních bodů (vyšrafujte, vybarvěte, ...) ve středové kolineaci se středem S a osou $\overline{BE}$, ve které je bod A obrazem bodu C.