

# Metody dokazování - 1. sada

## důkaz antický, geometrický a podobné

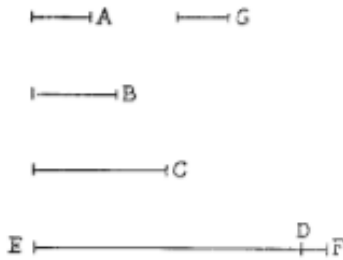
1. a) † 11. Kmenné jest číslo (prvočíslo), které měří jednotka jediná.

XX.

Kmenných čísel jest více než jakékoli dané množství kmenných čísel.

Danými čísly kmennými buďtež  $A, B, C$ ; pravím, že jest více kmenných čísel než  $A, B, C$ .

Nuže vezměme v úvahu nejmenší číslo, jehož měrami jsou  $A, B, C$ , a budiž to  $DE$  a přičtěme k  $DE$  jednotku  $DF$ .  $EF$  tedy buď je kmenné buď není. Budiž dříve kmenné; jsou tedy nalezena čísla kmenná  $A, B, C, EF$ , počtem více než  $A, B, C$ .



Avšak již nebuď  $EF$  kmenné; tedy jest mu nějaké číslo kmenné měrou. Budiž mu měrou kmenné  $G$ ; pravím, že  $G$  není rovno žádnému z čísel  $A, B, C$ . Nuže, možno-li, budiž rovno. Avšak  $A, B, C$  jsou měrami čísla  $DE$ ; tedy též  $G$  bude měrou čísla  $DE$ . Jest pak měrou i čísla  $EF$ ; také zbývající jednotky  $DF$  měrou bude  $G$ , ač jest číslo; což právě nesmyslné. Tedy  $G$  není rovno žádnému z čísel  $A, B, C$ . A bylo vzato za kmenné.

Tedy jest nalezeno více kmenných než dané množství  $A, B, C$ , totiž  $A, B, C, G$ ; což právě bylo dokázati.

- b) Prvočísel není nekonečně mnoho.

2. ♡, že následovné výrazy jsou/ nejsou racionální čísla:

- $\sqrt{2}$ .
- $\sqrt{3}$ .
- $\sqrt{4}$ .
- $\sqrt{6}$ .
- $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ .
- $\log 7$ .
- $\dagger \cos 1^\circ$ .

... a další (pozor na uzavřenost  $\mathbb{Q}$  a  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ):

- $\sqrt{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$ .
- $\sqrt{6 + \sqrt{11}} - \sqrt{6 - \sqrt{11}}$ .
- $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$ .
- $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$ .
- $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$ .

3. Každý tupý úhel je pravý. ♡

4. V rovnoběžníku  $ABCD$  jsou  $M$  a  $N$  po řadě středy stran  $DC$  a  $BC$ . ♡, že úsečky  $\overline{AM}$  a  $\overline{AN}$  dělí úhlopříčku  $BD$  na tři shodné části, viz obrázek.

