

Určete matici kolineace, která zobrazuje body

1.  $(0, 0, 1) \rightarrow (0, 1, 1)$   
 $(4, 0, 1) \rightarrow (3, 1, 1)$   
 $(2, 2, 1) \rightarrow (1, 3, 1)$   
 $(0, 2, 1) \rightarrow (0, 3, 1)$

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A' \\ c &= 0 \\ f &= \lambda_1 \\ i &= \lambda_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &\rightarrow B' \\ 4a + c &= 3\lambda_2 \\ 4d + f &= \lambda_2 \\ 4g + i &= \lambda_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &\rightarrow C' \\ 2a + 2b + c &= \lambda_3 \\ 2d + 2e + f &= 3\lambda_3 \\ 2g + 2h + i &= \lambda_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &\rightarrow D' \\ 2b + c &= 0 \\ 2e + f &= 3\lambda_4 \\ 2h + i &= \lambda_4 \end{aligned}$$

je ihned vidět  $c = 0$ , z  $D$  taky  $b = 0$ .

z  $A$  dále  $f = i$  a po dosazení do  $B$  (2. a 3. rovnice) máme  $d = g$

zůstává nám dourčit vztahy mezi  $a, d, e, f, h$ , ostatné jsou na nich závislé

z  $A$  jsme už využili všechny vztahy

z  $B$  máme ještě 1. rovnici, např.  $1. - 3 \times 2.$  dává  $4a - 12d - 3f = 0$ .

z  $C$  jsme ještě nepoužili nic, máme tedy:  $3 \times 1. - 2. \rightarrow 6a - 2d - 2e - f = 0$  a  $1. - 3. \rightarrow 2a - 2d - f - 2h$

z  $D$  jsme použili jen 1. rovnici, z 2.  $- 3 \times 3. \rightarrow 2e - 2f - 6h = 0$

dostáváme 4 rovnice pro 5 neznámých (sloupce  $a, d, e, f, h$ ), řešíme pomocí Gaussovy eliminace:

$$\begin{pmatrix} 4 & -12 & 0 & -3 & 0 \\ 6 & -2 & -2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & -8 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

t.j.:  $4h = f, e = 7h, d = 0, a = 3h$

volíme např.  $h = 1$  a máme:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

2.  $(0, 0, 1) \rightarrow (-1, -1, 1)$   
 $(3, 0, 1) \rightarrow (-3, 3, 1)$   
 $(0, 3, 1) \rightarrow (2, -1, 1)$   
 $(3, 3, 1) \rightarrow (0, 0, 1)$

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

3.  $(0, -1, 1) \rightarrow (0, -2, 1)$   
 $(2, 0, 1) \rightarrow (8, 0, 1)$   
 $(-3, 0, 1) \rightarrow (-2, 0, 1)$

bod  $(0, 1, 1)$  je samodružný.

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4.  $(0, -3, 1) \rightarrow (0, -1, 1)$   
 $(2, 0, 1) \rightarrow (2, 0, 5)$   
 $(0, 3, 1) \rightarrow (0, 1, 1)$

bod  $(-2, 0, 1)$  je samodružný.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

5.  $(-2, 0, 1) \rightarrow (-2, -2, 1)$

$(0, -2, 1) \rightarrow (2, -2, 1)$

$(2, 0, 1) \rightarrow (2, 2, 1)$

$(0, 2, 1) \rightarrow (-2, 2, 1)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.  $(-2, 0, 1) \rightarrow (-1, -1, 1)$

$(2, 0, 1) \rightarrow (1, 1, 1)$

body  $(0, -1, 1), (0, 1, 1)$  jsou samodružné

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$