Požadavky ke zkoušce z MA 2.r. - ZS

Newtonův integrál: vztah k zobecněnému Riemannovu integrálu, základní vlastnosti, per partes a dvě věty o substituci, kritéria konvergence (srovnávací, limitní srovnávací, Abelovo, Dirichletovo). Dvě věty o střední hodnotě integrálního počtu. Integrální kritérium pro konvergenci řad. Integrální tvar zbytku. Délka cesty (křivky) v R^n (důkaz jen pro graf funkce).

Metrický prostor a normovaný lineární prostor. Základní příklady : diskrétní prostor, R^n (se třemi normami), l^2, l^∞, l^1, $C[a,b]$ (se třemi normami). Základní pojmy v metrickém prostoru : podprostor, δ-okolí a okolí (v širším smyslu), konvergence posloupnosti, zobrazení spojité, stejnoměrně spojité a lipschitzovské, homeomorfizmus, izometrie, hromadný a izolovaný bod množiny, uzávěr, vnitřek, hranice a diametr množiny, množina uzavřená, otevřená, hustá, dokonalá a omezená, limita a spojitost zobrazení vzhledem k množině, metrika silnější, slabší, ekvivalentní a lipschitzovsky ekvivalentní, topologický pojem. Stabilita systému otevřených (uzavřených) množin vzhledem k operacím. Otevřenost otevřené koule, lipschitzovskost funkce $\rho(a,.)$. Charakterizace spojitých zobrazení pomocí vzorů množin. Cantorovo discontinuum (vlastnosti bez důkazu). Charakterizace otevřených množin v R. Redukovaná metrika v R^*. Úplný a kompaktní metrický prostor - jejich vztah. $C[a,b]$ je Banachův prostor. Úplnost a kompaktnost podprostoru. Kompaktní podmnožiny R. Spojitý obraz kompaktu a důsledky (nabývání extrémů spojité funkce a neexistence striktně slabší metriky na kompaktním prostoru). Banachova věta o kontrakci: důkaz Picardovy věty a věty o inverzním zobrazení.

Bodová, stejnoměrná a lokálně stejnoměrná konvergence posloupností a řad (reálných či komplexních) funkcí. Vztah ke konvergenci v $C[a,b]$. Bolzano-Cauchyovy podmínky pro stejnoměrnou konvergenci. Moore-Osgoodova věta o záměně limit (pro funkce na metrickém prostoru, aplikace na limitu v ∞ pomocí redukované metriky), spojitost limitní funkce, derivace a Newtonův integrál limitní funkce - příslušné věty pro řady funkcí. Weirstrassovo, Abelovo a Dirichletovo kritérium pro stejnoměrnou konvergenci řad. Charakterizace lokálně stejnoměrné konvergence na otevřeném intervalu. Aplikace vět o stejnoměrné konvergenci na mocninné řady. Abelova věta o mocninných řadách a Abelova sčitací metoda - aplikace na Cauchyův součin řad a vyjádření $ln\ 2$ a $\frac{\pi}{4}$ pomocí řad.

Derivace (diferenciál) zobrazení mezi eukleidovskými prostory - vztah k derivaci podle vektoru. Jacobiho matice a jacobián. Derivace (diferenciál) složeného zobrazení; důkaz řetízkového pravidla. Skládání zobrazení třídy C^p. Věta o implicitních funkcích (strategie klasického důkazu a důkaz pomocí věty o inverzním zobrazení). Věta o inverzním zobrazení. Regulární zobrazení a difeomorfizmus - jejich vztah. Zavádění křivočarých souřadnic, polární a sférické souřadnice. Pojem k-rozměrné C^1-plochy v R^n; kusy ploch zadaných explicitně, parametricky a implicitně, tečný vektorový a afinní prostor - dimenze a metody výpočtu.

Obyčejná diferenciální rovnice: prodlužování řešení, pojem lokální jednoznačnosti, směrové pole. Peanova věta o existenci (bez důkazu). Picardova věta o existenci a jednoznačnosti a její vektorová analogie. Bernoulliova diferenciální rovnice, homogenní diferenciální rovnice, rovnice $y' = f(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2})$. Normální soustava diferenciálních rovnic 1. řádu - vektorový zápis. Systém lineárních diferenciálních rovnic se spojitými koeficienty - věta o existenci a jednoznačnosti. Lineární diferenciální rovnice n-tého řádu se spojitými koeficienty - převedení na systém 1. řádu a jeho důsledky : věta o existenci a jednoznačnosti, fundamentální systém a jeho wronskián. Tvar obecného řešení, variace konstant. Případ konstantních koeficientů : polynom provedený na operátor, fundamentální systém, reálný fundamentální systém "reálné rovnice". Metoda neurčitých koeficientů pro speciální pravou stranu (komplexní a reálný případ, bez důkazu). Harmonický oscilátor, vynucené kmity, rezonance.

Je třeba zvládnout početní metody potřebné k řešení zadaných doporučených úloh.