

## CVIČENÍ Z MATEMATIKY 2

### KONVERGENCE ŘAD

Zjistěte, zda následující řady konvergují absolutně, konvergují neabsolutně či divergují (v závislosti na parametru):

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$$

$$2. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$$

$$3. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left( \frac{2k+100}{3k+1} \right)^k$$

$$4. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left( \frac{3k+1}{2k+100} \right)^k$$

$$5. \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{2+(-1)^k}{7} \right)^k$$

$$6. \sum_{k=1}^{\infty} \sin k$$

$$7. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{1+x^{2k}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$8. \sum_{k=1}^{\infty} k^{\ln x}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$9. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{k^2+7} - \sqrt[3]{k^2+3}}{\sqrt[4]{k}}$$

$$10. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^7}{2^k + 3^k}$$

$$11. \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2} - \sqrt{k-2}}{k^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$12. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2k^2 + 3k + 4}{2k^2 + 4}$$

$$13. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2k^2 + 3k + 4}{2k^3}$$

$$14. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2k^2 + 3k + 4}{2k^4 + 3}$$

$$15. \sum_{k=1}^{\infty} \log\left(1 + \frac{(-1)^{k+1}}{k}\right)$$

$$16. \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{k}\right)$$

$$17. \sum_{k=1}^{\infty} k^\alpha (e^{\sqrt{k^2+11} - \sqrt{k^2+1}}), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

$$18. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k^2}}{2^k}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$19. \sum_{k=1}^{\infty} k^4 x^n, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$20. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} x^k}{k}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$21. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^2}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$22. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2k+1}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$23. \sum_{k=1}^{\infty} \cos(k^2\pi) (\sqrt{k+11} - \sqrt{k+2})$$

$$24. \sum_{k=1}^{\infty} \sin(\pi\sqrt{k^2+1})$$

$$25. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left( \sqrt[k]{\frac{k^2}{k^2+1}} - 1 \right)$$

$$26. \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k + (-1)^k}$$

$$27. \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k + (-1)^k}$$

$$28. \sum_{k=2}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k} + (-1)^k}$$

$$29. \sum_{k=1}^{\infty} \cos(k\pi) \frac{2 - \cos(k\pi)}{4k}$$

## VÝSLEDKY

1. Konverguje absolutně.
2. Konverguje absolutně.
3. Konverguje absolutně.
4. Diverguje.
5. Konverguje absolutně.
6. Diverguje.
7. Konverguje absolutně pro  $x \neq \pm 1$ , diverguje pro  $x = \pm 1$ .
8. Pro  $0 < x < \frac{1}{e}$  konverguje absolutně, jinak diverguje (pro  $x \leq 0$  nemá smysl).
9. Konverguje absolutně.
10. Konverguje absolutně.
11. Pro  $\alpha > \frac{1}{2}$  konverguje absolutně, jinak diverguje.
12. Diverguje.
13. Konverguje neabsolutně.
14. Konverguje absolutně.
15. Konverguje neabsolutně.
16. Konverguje absolutně.
17. Konverguje absolutně pro  $\alpha < -1$ , jinak diverguje.
18. Konverguje absolutně pro  $|x| \leq 1$ , jinak diverguje.
19. Konverguje absolutně pro  $|x| < 1$ , diverguje pro  $|x| \geq 1$ .
20. Konverguje absolutně pro  $|x| < 1$ , diverguje pro  $|x| > 1$ , pro  $x = 1$  konverguje neabsolutně, pro  $x = -1$  diverguje.
21. Konverguje absolutně pro  $|x| \leq 1$ , diverguje pro  $|x| > 1$ .
22. Konverguje absolutně pro  $|x| < 1$ , diverguje pro  $|x| > 1$ , konverguje neabsolutně pro  $|x| = 1$ .
23. Konverguje (neabsolutně).
24. Konverguje neabsolutně.
25. Konverguje.
26. Konverguje neabsolutně.
27. Konverguje neabsolutně.
28. Diverguje.
29. Diverguje.