

17a) Jak (ne) spočítat vzdálenost ρ_2

Na str. 159 jsme spočítali rovnici pro výpočet ρ_2

$$\rho_2 \underbrace{\det \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}}_a = \alpha \underbrace{\det \begin{pmatrix} a_1 & b_3 & b_1 \\ a_2 & b_3 & b_1 \\ a_3 & b_3 & b_1 \end{pmatrix}}_c - \underbrace{\det \begin{pmatrix} a_2 & b_3 & b_1 \\ a_3 & b_3 & b_1 \end{pmatrix}}_b + \beta \underbrace{\det \begin{pmatrix} a_3 & b_3 & b_1 \\ a_1 & b_3 & b_1 \\ a_2 & b_3 & b_1 \end{pmatrix}}_d$$

s neznámými parametry $\alpha = \frac{n_{23}}{n_{13}}$ $\beta = \frac{n_{12}}{n_{13}}$

Uvedli jsme α , je přirozený odhad rekurb. parametru je

$$\alpha \approx \frac{A_{23}}{A_{13}} \quad \beta \approx \frac{A_{12}}{A_{13}}$$

či odhad vzdálenosti $\bar{\rho}_2$ vypraceme z rovnice

$$a \bar{\rho}_2 = c \cdot \frac{A_{23}}{A_{13}} - b + d \frac{A_{12}}{A_{13}}$$

vzhledem k tomu, že skutečná hodnota ρ_2 splňuje

$$a \rho_2 = c \frac{n_{23}}{n_{13}} - b + d \frac{n_{12}}{n_{13}}$$

17b) chyba v odhadu $\bar{\rho}_2 - \rho_2$ splňuje rovnici

$$a(\bar{\rho}_2 - \rho_2) = c\left(\frac{A_{23}}{A_{13}} - \frac{n_{23}}{n_{13}}\right) + d\left(\frac{A_{12}}{A_{13}} - \frac{n_{12}}{n_{13}}\right)$$

Tato rovnice platí pro konkrétní měření v ásech

$$t_1 < t_2 < t_3$$

Metoda výpočtu odhadu $\bar{\rho}_2$ ale funguje pro jakoukoliv trohici áasů, Gauss uvažuje áasy

$$t_1 = t_2 - h \quad t_2 = t \quad t_3 = t_2 + \epsilon h, \quad \text{kde } h > 0$$

$$\text{a } \epsilon = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1}. \quad \text{Číh: } \epsilon = 1 \Leftrightarrow t_3 - t_2 = t_2 - t_1$$

Nyní všechna měření s výjimkou a_2, b_2 , nemáme ρ_2 , a výpočet nich odvozených stavu závislým. Na áse ρ

17c) Pokud použijeme výpočet odhadu $\bar{\rho}_2(h)$ na základě dat (předpokládáme) 2 čísla $t_1 = t-h$, $t_2 = t$, $t_3 = t+h$, dostaneme pro odhad $\bar{\rho}_2(h)$ rovnici:

$$a(h) \bar{\rho}_2(h) = c(h) \frac{A_{23}(h)}{A_{13}(h)} - b(h) + d(h) \frac{A_{12}(h)}{A_{13}(h)},$$

zadávno správná hodnota ρ_2 splňuje rovnici:

$$a(h) \rho_2 = c(h) \frac{n_{23}(h)}{n_{13}(h)} - b(h) + d(h) \frac{n_{12}(h)}{n_{13}(h)},$$

takže

$$a(h) (\bar{\rho}_2(h) - \rho_2) = c(h) \left(\frac{A_{23}(h)}{A_{13}(h)} - \frac{n_{23}(h)}{n_{13}(h)} \right) + d(h) \left(\frac{A_{12}(h)}{A_{13}(h)} - \frac{n_{12}(h)}{n_{13}(h)} \right)$$

Metodu výpočtu odhadu $\bar{\rho}_2(h)$ považujeme za vhodnou,

pokud $\lim_{h \rightarrow 0} \bar{\rho}_2(h) = \rho_2$