Martin Jex, Obecná matematika, 1. ročník

**Maticová optika**

**1. Úvod**

Ve své práci se budu zabývat aplikací matic v geometrické optice. Geometrická optika se zabývá chodem světelných paprsků v optických soustavách. Jednoduchou optickou soustavou je zrcadlo nebo čočka, složitější optickou soustavou je mikroskop, dalekohled nebo moderní objektivy fotoaparátů. Při průchodu světla optickou soustavou dochází k transformaci světelného paprsku, paprsek se láme a odráží. Optická soustava se skládá obecně z více lámavých nebo odrazných ploch a optických prostředí s různými indexy lomu. Odraz lze v geometrické optice považovat za speciální případ lomu s indexem lomu –*n.* Z předmětu, který se nachází před optickou soustavou vychází paprsky, procházejí optickou soustavou a vytváří se obraz. Geometrická optika řeší nalezení obrazu pomocí zobrazovacích rovnic, pro které je zavedena znaménková konvence. Je několik způsobů řešení. Buď se obraz hledá postupně řešením rovnic pro jednotlivé lámavé plochy, obraz z první lámavé plochy slouží jako předmět pro druhou lámavou plochu, obraz z druhé lámavé plochy jako předmět pro třetí lámavou plochu atd. nebo se úloha řeší pomocí zobrazovacích rovnic (Gaussova - vzdálenosti jsou vztažené k hlavním bodům, Newtona - vzdálenosti jsou vztažené k ohniskům a dalších). Úlohu lze řešit maticovou optikou pomocí přenosových matic základních optických prvků.

**2. Matematický model**

Předpokládáme, že paprsky se šíří pouze v jedné rovině. Poloha předmětu je , poloha obrazu je , je tg úhlu, pod kterým vstupuje paprsek do soustavy, je tg úhlu, pod kterým paprsek vystupuje ze soustavy, úhel se měří od paprsku k optické ose. Zobrazovací rovnice můžeme obecně zapsat lineární soustavou rovnic

Maticový zápis je

V případě složitějšího optického systému matice jednotlivých prvků násobíme v předepsaném pořadí a získáme přenosovou matici pro optický systém. Např. pro soustavu třech optických prvků dostaneme v maticovém zápise

 je poloha předmětu pro první lámavou plochu, je poloha obrazu z první lámavé plochy a zároveň poloha předmětu pro druhou lámavou plochu, je poloha obrazu z druhé lámavé plochy a zároveň poloha předmětu pro třetí lámavou plochu, je poloha obrazu ze třetí lámavé plochy. jsou přenosové matice jednotlivých optických prvků. jsou tg úhlů k příslušným paprskům.

Platí

Obecně posloupnost optických prvků, jejichž přenosové matice jsou *M1, M2, M3, …, Mn* je ekvivalentní jedinému optickému prvku s přenosovou maticí *M*. Matice M je dána vztahem .

**3. Konkrétní příklady optických prvků**

**3.1 Volný prostor**

Paprsky se šíří podél přímek. Paprsek projde vzdálenost *d* (ve vakuu nebo ve vzduchu). Úhel, pod kterým vstupuje do soustavy a pod kterým vystupuje za soustavy, se nemění, tzn.

Soustava rovnic má tvar

Maticový zápis je

Přenosová matice je

V prostředí s indexem lomu *n* se světlo pohybuje *n*krát pomaleji a místo vzdálenosti *d* je potřeba použít redukovanou vzdálenost *d/n*.

**3.2 Lom na rovinné ploše**

Na rovinném rozhraní mezi dvěma prostředími s indexy lomu , se paprsek láme podle zákona lomu (Snellův zákon) , kde je index lomu předmětového prostoru, je index lomu obrazového prostoru, je úhel dopadu, je úhel lomu. V paraxiálním prostoru (předpokládáme malé úhly dopadu) má zákon lomu tvar . Poloha paprsku se nemění .

Soustava rovnic má tvar

Maticový zápis je

Přenosová matice je

**3.2 Lom na kulové ploše**

Kulová plocha má poloměr křivosti *r*, v předmětovém prostoru je prostředí s indexem lomu , v obrazovém prostoru je prostředí s indexem lomu .

Přenosová matice má tvar

**3.3 Odraz na rovinném a kulovém zrcadle**

V paraxiálním prostoru platí rovnice pro odraz (, je úhel dopadu, je úhel odrazu) a lom (, je index lomu předmětového prostoru, je index lomu obrazového prostoru, je úhel dopadu, je úhel lomu). V geometrické optice můžeme považovat odraz za speciální případ lomu, pokud a všechny rovnice odvozené pro lom lze použít i pro odraz. Pro úhly platí znaménková konvence, měří se od paprsku ke kolmici, směr hodinových ručiček je kladný, směr proti směru hodinových ručiček je záporný.

Přenosová matice pro rovinné zrcadlo má tvar

Přenosová matice pro kulové zrcadlo s poloměrem křivosti *r* má tvar

**3.4 Lom tenkou čočkou**

Tenká čočka je soustava dvou lámavých ploch, jejichž vzdálenost můžeme zanedbat. Hlavní body splývají s vrcholy lámavých ploch.

Přenosová matice pro tenkou čočku je

kde *f*  je ohnisková vzdálenost čočky.

**4. Význam nulových hodnot prvků v přenosové matici**

Rozebereme některé důležité případy přenosových matic, kdy jeden z prvků nabývá nulové hodnoty.

Je-li , potom . Úhel vstupu závisí pouze na poloze obrazu. To platí pouze v případě, kdy obraz leží v ohniskové obrazové rovině. Pokud leží obraz v obrazové ohniskové rovině, paprsky vstupují do soustavy rovnoběžně s optickou osou.

Je-li , potom . Poloha předmětu je stejná jako poloha obrazu, předmět a obraz splývají, předmět se zobrazuje na obraz. Veličina je příčné zvětšení obrazu.

Je-li , potom . Paprsky vstupují do soustavy i vystupují ze soustavy rovnoběžně. Jedná se o teleskopickou soustavu. Veličina je úhlové zvětšení obrazu.

Je-li , potom . Úhel výstupu závisí pouze na poloze předmětu. To platí pouze v případě, kdy předmět leží v ohniskové předmětové rovině. Pokud leží předmět v předmětové ohniskové rovině, paprsky vystupují ze soustavy rovnoběžně s optickou osou.

Pokud máme obecně soustavu, která se skládá z*n* přenosových matic, a nahradíme jí jedinou přenosovou maticí, můžeme v případě nulového prvku výsledné matice rozhodnout, o jaký typ soustavy jde.

**5. Užití**

Základní úlohou v geometrické optice je nalezení polohy obrazu. V případě složitých soustav je výhodou použití přenosových matic. Řešení se zjednoduší a schematizuje. Tento přístup se uplatní především ve složitých periodických soustavách. Příkladem takové soustavy je šíření světla v optickém rezonátoru, kdy paprsek světla se opakovaně šíří stejným systém tam a zpět důsledkem odrazů od zrcadel.

**6. Závěr**

Znovu jsme se přesvědčili o tom, že s lineární algebrou lze popsat téměř všechno. Podle mého názoru by bylo prospěšné, kdyby se tato metoda počítání s čočkami učila na středních školách jako alternativní způsob pro kapitolu optika.

Zdroje:

<http://is.muni.cz/do/rect/el/estud/lf/ps10/matemat/web/optikaonline.pdf>

<https://www.pc.fpe.zcu.cz/wp-content/uploads/02_dvpp/opory/MPF.pdf>

<http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/ZAO/prezentace%20_01a_PDF.pdf>

<http://nanotechnologie.vsb.cz/Studiumbc/fyzikaIII_optika.pdf>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Ray_transfer_matrix_analysis>

<http://www.colorado.edu/physics/phys4510/phys4510_fa05/Chapter4.pdf>