

Kapitola 6

Jak funguje GPS

Historický úvod - obsah

- *Historický úvod*
Měření zeměpisné délky a šířky

Zeměpisná šířka je snadná

Jak změřit zeměpisnou šířku ?

odpověď se hledala také na nebi

katalog zatmění slunce nebo měsíce

Galileo Galilei (1564-1642)

katalog pohybů čtyř největších Jupiterových měsíců

„dalekohledová helma“

22.10.1707 - ztráta 4 anglických válečných lodí u souostroví Scilly
v důsledku špatné navigace

1714 - Longitude Act, Longitude Board, vysoká finanční odměna

Význam přesného měření času

John Harrison (1693-1776) - tesař a výrobce věžních hodin

žádné formální vzdělání

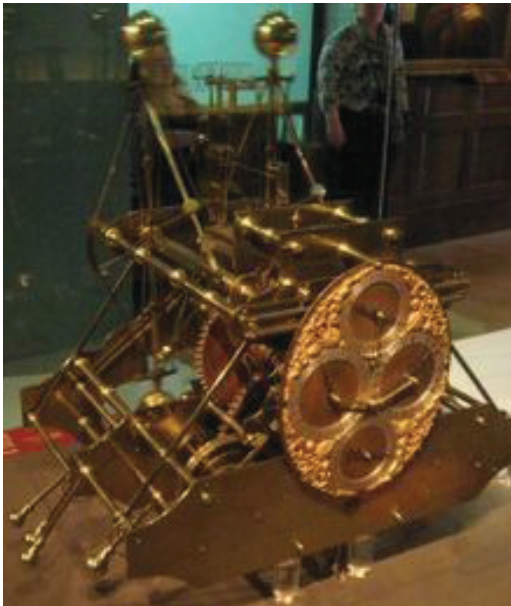
vím, že v Londýně dnes vychází slunce v 6 hodin

na moři jsem změřil, že vyšlo v 7,30 podle hodin ukazujících čas v Londýně

kde jsem ?

problém je v tom, jak moc se lze spolehnout na přesnost hodin

Harrisonovy hodiny a hodinky



GPS - obsah

- *GPS*
 - Rozmístění družic
 - Signál z družice
 - První odhad polohy
 - Kálmánův filtr

Global Positioning system

ve správě USA

vlastní systémy mají také Čína, Evropa, Rusko, Indie, Japonsko, ...

budován od roku 1980

v operační fázi od roku 1993

24 družic na šesti drahách, 4 družice na jedné

vzdálenost trojnásobek poloměru Země

dva oběhy během jednoho dne

z každého místa na Zemi v každém okamžiku aspoň 4 viditelné

Oběžné dráhy družic

pohled z vesmíru - str. 259

pohled ze středu země - str. 260

pohled ze středu země na jeden satelit - str. 261

jak jsou vidět satelity z jednoho bodu na Zemi - str. 271, 272, 273

Signál z družice

každá družice vysílá každou milisekundu signál

signál má 1023 bitů a je na frekvenci 10,23 MHz

obsahuje souřadnice satelitu $(x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)})$ a čas na satelitu

čas na satelitu je měřen s přesností 10^{-9} s

za 1 ns světlo urazí dráhu

přijímač je někde na Zemi v bodě (X, Y, Z) a získá tak vzdálenost

$$d^{(i)} = \sqrt{(X - x^{(i)})^2 + (Y - y^{(i)})^2 + (Z - z^{(i)})^2}$$

od satelitu i

Jaké jsou s tím problémy ?

Korekce času v přijímači

čas v přijímači se liší od centrálního času v GPS o δt

takže vzdálenost od satelitu i je ve skutečnosti

$$d^{(i)} = \sqrt{(X - x^{(i)})^2 + (Y - y^{(i)})^2 + (Z - z^{(i)})^2} + c \delta t$$

řešíme tedy soustavu nejméně 4 nelineárních rovnic o 4 neznámých $X, Y, Z, \delta t$

společné řešení s vysokou pravděpodobností neexistuje

Linearizace

první aproximaci polohy přijímač volí ve středu Země a časový posun 0, tj. třeba $(X_0, Y_0, Z_0, \delta t_0) = (0, 0, 0, 0)$

poté spočte první aproximaci polohy a časového posunu $(X_1, Y_1, Z_1, \delta t_1)$

Použití metody nejmenších čtverců

dostane nový dohad polohy $(X_1, Y_1, Z_1, \delta t_1)$ a celý postup opakuje

dělá to tak dlouho, dokud se následující odhady polohy a δt příliš neliší

1ms chyby v odhadu časového rozdílu znamená 300 km

O Kálmánově filtru

Kálmánův filtr je jeden z nevíce používaných algoritmů od druhé poloviny 20. století

původně byl navržen pro řízení vesmírných letů a první významné použití bylo v programu Apollo pilotovaných letů na Měsíc

jde o odhad polohy pohybujícího se objektu

Kálmánův filtr používá dva typy rovnic

Polohová a stavová rovnice

pro odhad polohy objektu na základě měření v čase j řeší soustavu

$$A_j \mathbf{x}_j = \mathbf{b}_j$$

dále na základě dosavadních výpočtů odhadne polohu

$$\mathbf{x}_{j+1} = F_j \mathbf{x}_j + \mathbf{c}_j$$

v následujícím časovém okamžiku na základě dynamiky pokybu

druhé rovnici se říká stavová rovnice

tento odhad se pak koriguje na základě nových měření

$$A_{j+1} \mathbf{x}_{j+1} = \mathbf{b}_{j+1}$$

Průběh Kálmánova filtru

střídání předpovědi a korekce

v čase i odhadne polohu $\hat{\mathbf{x}}_{i|i-1}$ pomocí stavové rovnice

$$\hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} = F_{i-1}\hat{\mathbf{x}}_{i-1|i-1} + \mathbf{c}_i$$

na základě všech měření až do času $i - 1$ včetně

pak odhad koriguje na základě nového měření \mathbf{b}_i v čase i

$$\hat{\mathbf{x}}_{i|i} = \hat{\mathbf{x}}_{i|i-1} + K_i(\mathbf{b}_i - A_i\hat{\mathbf{x}}_{i|i-1})$$

střídání odhadu a korekce

říká se tomu také *rekursivní nejmenší čtverce*

Jak se bude chovat GPS v tunelu ?

Jiné použití - sledování minometného granátu